

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

**ESTUDO DE LAJES ALVEOLARES PRÉ-TRACIONADAS COM  
AUXÍLIO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC, para a obtenção do Título de MESTRE em Engenharia Civil.

**CARLOS ANTONIO MENEGAZZO ARAUJO**

FLORIANÓPOLIS, JULHO DE 2007.

# **ESTUDO DE LAJES ALVEOLARES PRÉ-TRACIONADAS COM AUXÍLIO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

**CARLOS ANTONIO MENEGAZZO ARAUJO**

Dissertação julgada adequada para a obtenção do Título de MESTRE em Engenharia Civil e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

---

Prof. Dr. Glicério Trichês - Coordenador do PPGEC

---

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio - Orientador

COMISSÃO EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio - Moderador - ECV/UFSC

---

Prof. Dr. Narbal Ataliba Marcellino - ECV/UFSC

---

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho - DECIV/UFSCar

---

Prof. Dr. Tancredo Westphal Junior - ECV/UFSC

FLORIANÓPOLIS, JULHO DE 2007.

# *Agradecimentos*

Aos meus pais Altamiro Antunes Araújo e Ana Maria Menegazzo Araújo, pela oportunidade de chegar até aqui; às minhas irmãs Cristine e Franciane, pelo incentivo; ao meu primo Alexandre, pelo auxílio prestado ao trabalho; à Patricia, por todo apoio;

Ao Professor Dr. Daniel Domingues Loriggio por todas as orientações e incentivos constantes durante a realização deste trabalho;

Ao Professor Dr. Narbal Ataliba Marcelino pela dedicação ao ensino de concreto e por todas as sugestões e bibliografias oferecidas;

À Professora Henriette Lebre La Rovere, Phd. por todas as sugestões dadas ao trabalho;

A todos os amigos, que de alguma forma estiveram presentes, dando força e palavras de estímulo;

Ao GAP – Grupo de Análise e Projeto de Estruturas, pelo espaço físico e equipamentos concedidos;

À empresa Cassol Pré-Moldados, pela oportunidade de conhecer o processo de fabricação;

À CAPES – Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa de estudos concedida.

# Sumário

Resumo.....	i
Abstract .....	ii
<b>1</b> Introdução .....	1
1.1 Lajes alveolares protendidas .....	1
1.2 Objetivos .....	7
1.2.1 Objetivos gerais .....	7
1.2.2 Objetivos específicos .....	8
1.3 Justificativa.....	8
1.4 Descrição do conteúdo .....	9
<b>2</b> Verificação dos Estados Limites .....	10
2.1 Verificação dos estados limites de serviço (ELS).....	10
2.1.1 Combinações de ações em serviço .....	12
2.1.2 Níveis de protensão .....	13
2.1.3 Estimativa da força de protensão .....	15
2.1.4 Verificação das tensões normais no concreto.....	18
2.1.5 Verificação da deformação excessiva .....	22
2.2 Verificação dos estados limites últimos (ELU) .....	25
2.2.1 Estado limite último devido a solicitações normais .....	25
2.2.2 Estado limite último devido a solicitações tangenciais .....	30
<b>3</b> Ancoragem da Armadura Ativa .....	33
3.1 Segundo a NBR 6118:2003.....	34
3.2 Segundo prEN 1992-1-1:2004 .....	36

3.3 Segundo o ACI 318:2005.....	40
3.4 Segundo LEONHARDT (1983) .....	42
<b>4</b> Perdas de Protensão .....	46
4.1 Perdas imediatas .....	46
4.2 Perdas progressivas.....	53
4.2.1 Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação .....	55
4.2.2 Processo aproximado.....	57
4.2.3 Método dos prismas equivalentes (Método Geral de Cálculo).....	58
<b>5</b> Implementações Computacionais .....	65
5.1 Dados de entrada .....	65
5.2 Tensões admissíveis no concreto .....	68
5.3 Escolha do aço de protensão .....	68
5.4 Gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas.....	70
5.5 Detalhamento dos fios ou cordoalhas .....	71
5.6 Cálculo das perdas de protensão .....	73
5.7 Verificação de tensões.....	74
5.8 Verificação de deformações .....	76
5.9 Verificação dos estados limites últimos.....	77
<b>6</b> Exemplos de Aplicação.....	79
6.1 Dimensionamento de lajes alveolares .....	79
6.1.1 Dimensionamento da laje 1 .....	81
6.1.2 Dimensionamento da laje 2 .....	88
6.1.3 Dimensionamento da laje 3 .....	98
6.2 Estudos de lajes com armadura superior.....	105
6.2.1 Dimensionamento da laje 1 com armadura dupla.....	105
6.3 Verificação de dimensionamento .....	111

<b>7</b> Considerações Finais e Recomendações .....	116
Referências Bibliográficas .....	118
Bibliografia Consultada .....	121
Lista de Figuras .....	125
Lista de Tabelas .....	128

# Resumo

Araujo, Carlos A. M. ***Estudo de Lajes Alveolares Pré-Tracionadas com Auxílio de Programa Computacional***. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2007. 128 págs.

Esta dissertação apresenta um estudo de estruturas de concreto protendido auxiliado por rotinas computacionais, voltado para o projeto de lajes alveolares.

Para a realização deste estudo foi desenvolvido um programa computacional na linguagem Visual Basic, denominado PROTENLAJE. Este programa permite a análise, dimensionamento e verificação de peças protendidas bi-apoiadas pré-tracionadas com várias camadas de armadura. O programa apresenta: rotinas para o lançamento da armadura por meio de métodos gráficos; rotinas para a verificação de tensões no estado limite de serviço; rotinas para verificação das deformações imediatas e diferidas (calculadas com o Método dos Prismas Equivalentes com a aplicação da Analogia de Mohr); rotinas para o cálculo de perdas de protensão imediatas e perdas progressivas, estas calculadas por meio do processo aproximado da NBR 6118:2003 e também pelo método dos Prismas Equivalentes; rotinas para a verificação das tensões normais e tangenciais no estado limite último, além de apresentar o diagrama momento x curvatura da peça.

Com o auxílio do programa PROTENLAJE foram gerados vários exemplos de dimensionamento e verificação de lajes alveolares protendidas. Os exemplos de dimensionamento mostraram a versatilidade das lajes alveolares, que podem atingir grandes vãos, mesmo sem a consideração da resistência da capa de concreto. Em lajes com elevadas sobrecargas, mostrou-se interessante o dimensionamento com armadura dupla, visto que a armadura superior atua no controle da flecha causada pela protensão inferior e no controle das tensões de tração na borda superior no ato da protensão.

Palavras-chave: ***Protendido, Lajes Alveolares, Programa Computacional.***

# *Abstract*

This dissertation presents a study of prestressed concrete structures assisted with computational routines, with emphasis in hollow core slabs design.

A software called PROTENLAJE was developed in Visual Basic for this study. This program allows the analysis, design and verification of bi-supported prestressed members, pre-tensioning with many reinforcement levels. The program presents: routines for reinforcement detailing with graphical visualization; routines for stress verification in the serviceability limit states; routines for verification of the immediate and differed deformations (calculated with the Equivalent Prisms Method with application of the Mohr's Analogy); routines to calculate the immediate losses and time dependent losses of prestress, calculated by means of the approach of the NBR 6118:2003 and also by the method of the Equivalent Prisms Method; routines for normal and tangential stress verification in the ultimate limit states, drawing the diagram moment x bending of the members.

With the aid of program PROTENLAJE some examples of design and verification of hollow core slabs were solved. The design examples showed the versatility of the hollow core slabs, that can reach great span, even without the consideration of topping resistance. In slabs with high live loads, the design with double-reinforcement was shown interesting, once the top row reinforcement acts in the deflection control caused by the bottom row prestressing and in the control of the tensile stress in the top member in the act of the prestress.

Keywords: *Prestressed Concrete, Hollow Core Floors, Software.*



# 1 Introdução

## 1.1 Lajes alveolares protendidas

As lajes alveolares são formadas por painéis de concreto protendido de seção transversal com altura constante e alvéolos longitudinais, que reduzem o consumo de material e a massa da estrutura. Estes painéis protendidos utilizam concreto de elevada resistência característica à compressão ( $f_{ck} \geq 40MPa$ ) e somente armaduras protendidas (fios e cordoalhas). A produção normalmente é feita em longas pistas de protensão, de 80 a 200 metros, com máquinas extrusoras. Neste caso, os painéis são fabricados no comprimento da pista e, após a liberação da protensão, são serrados nos comprimentos desejados. A produção das lajes alveolares também pode ser executada com formas fixas ou deslizantes, de acordo com EL DEBS (2000).



Figura 1-1 - Produção de lajes alveolares em pistas com extrusora

As seções transversais dos painéis podem apresentar alvéolos circulares, ovais, retangulares, mistos, etc. As dimensões também variam, a largura apresenta valores próximos a 125 cm e a altura varia de 8 até 40 cm, sendo as alturas de 20 e 26 cm as mais utilizadas. A Figura 1-2 apresenta diversas seções transversais dos painéis alveolares e os elementos que constituem o painel.

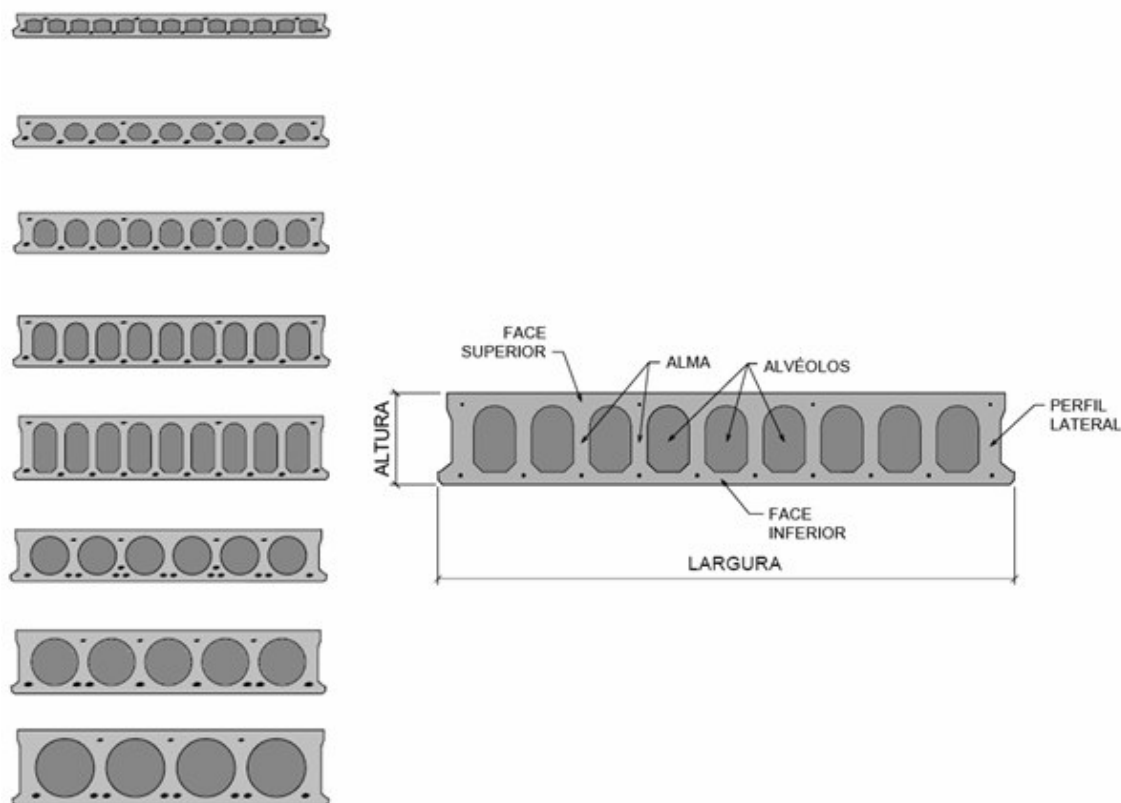


Figura 1-2 - Seções e elementos dos painéis alveolares

A utilização de lajes formadas por painéis alveolares tem várias vantagens. Abaixo são listadas algumas destas, citadas em EL DEBS (2000) e CASSOL (2007).

- a) **Qualidade e confiabilidade:** devido à produção industrial dos painéis alveolares, existe maior controle dos materiais e das dimensões das peças. Além disto, a utilização de equipamentos de extrusão garante a qualidade de concretagem e permite a utilização de concretos com baixa relação água/cimento;

- b) **Eliminação de cimbramento:** os painéis alveolares são dimensionados para serem auto-portantes, mesmo quando existem outros carregamentos permanentes além do peso próprio. Isto permite a eliminação do escoramento;
- c) **Redução de serviços na obra:** alguns serviços podem ser eliminados em alguns casos deste tipo de laje, como por exemplo, serviços de carpintaria, armação e revestimento, além do recebimento, estoque, transporte e manuseio de todos os materiais envolvidos nestas etapas;
- d) **Versatilidade:** as lajes alveolares podem ser utilizadas em qualquer tipo de estrutura, seja pré-moldada ou com concreto moldado no local. Também podem ser utilizadas em estruturas metálicas, porém necessitando de alguns procedimentos adicionais;
- e) **Facilidade de transporte e montagem:** o processo de montagem da laje alveolar é simples e repetitivo, e o rendimento por equipe é elevado. Devido ao elevado rendimento de execução, o armazenamento dos materiais necessários é facilitado e o tempo de estocagem é mínimo (Figura 1-3). Somente os painéis e eventualmente o aço para a malha de distribuição deverão ser recebidos e descarregados com auxílio de guindaste (Figura 1-4). Concluída a montagem dos painéis alveolares, é possível o início imediato do preenchimento das juntas e execução da capa de concreto;



Figura 1-3 - Armazenamento dos painéis alveolares



Figura 1-4 - Montagem da laje alveolar

- f) **Possibilidade de atingir maiores vãos:** as lajes alveolares são capazes de atingir grandes vãos, mesmo com elevadas sobrecargas, apresentando peso próprio reduzido (comparado às lajes convencionais) e pequenas deformações. Estas propriedades facilitam o *layout* e aperfeiçoam a estrutura;
- g) **Economia:** a economia do sistema de lajes alveolares está na redução de materiais e mão-de-obra e também na redução acentuada dos prazos de execução. A economia se torna maior para obras com curtos prazos de entrega, canteiros de obras pequenos e elevadas áreas.

A norma NBR 14861:2002 estabelece requisitos de recebimento e utilização de lajes tipo alveolar. Em geral, as lajes alveolares protendidas seguem a ordem de execução: montagem dos painéis, equalização, chaveteamento e concretagem. A seguir serão descritos cada um destes processos. É válido lembrar que o processo de execução deve seguir as recomendações específicas de cada fabricante.

As etapas descritas a seguir são as mais utilizadas.

- a) **Montagem das lajes:** após o corte dos painéis das pistas de protensão, estes são transportados para o local de execução das lajes. Para a montagem dos painéis é utilizado um perfil “I” metálico e garras ou cabos para o posicionamento. É imprescindível observar o nivelamento dos apoios, para evitar apoios pontuais que possam provocar, além do desnivelamento das peças, o aumento de tensões localizadas. A Figura 1-5 apresenta a montagem dos PACP (painel alveolar de concreto protendido);



Figura 1-5 - Montagem dos PACP

- b) **Equalização:** os painéis apresentam diferenças nas flechas devido a protensão e também devido à montagem (Figura 1-6). Então, após a montagem dos painéis, as lajes deverão ser niveladas. Este processo de nivelamento consiste no processo de “equalização”. A equalização pode ser feita com um torniquete de aço na face superior e travas com cunhas de madeira na face inferior (Figura 1-7). A Figura 1-8 apresenta um desenho esquemático do processo de equalização;



Figura 1-6 - Diferença de nível entre os painéis

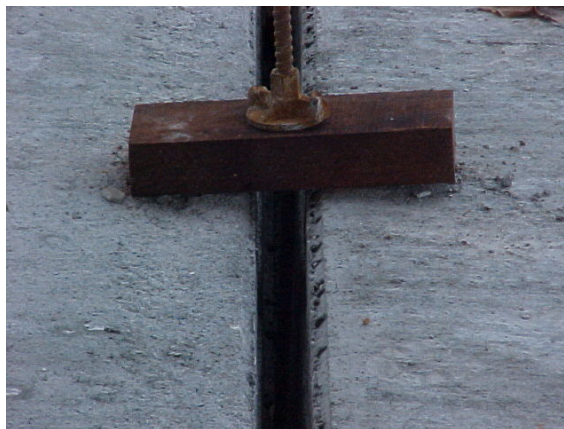


Figura 1-7 - Sistema para a equalização

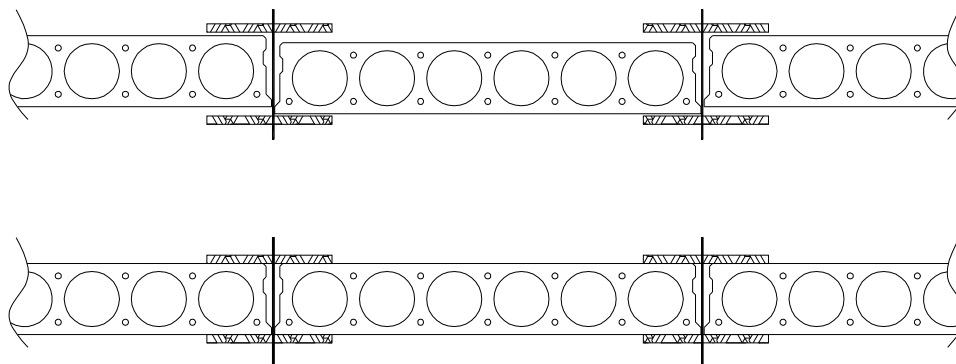


Figura 1-8 - Processo da Equalização, adaptado de MUNTE (2004)

- c) **Chaveteamento:** o chaveteamento consiste na concretagem da junta entre as lajes alveolares, que garante a transmissão de esforços entre as lajes (trabalho conjunto). Este processo é realizado em duas etapas: chaveteamento parcial, que consiste no preenchimento de três pontos de aproximadamente 40 cm e possibilita a retirada dos torniquetes da equalização; e o chaveteamento total, ou seja, o preenchimento do restante da junta;
- d) **Concretagem:** a última etapa da construção do sistema de lajes de edifícios com painéis de lajes alveolares protendidas é a concretagem da capa de concreto. A utilização da capa de concreto neste sistema de lajes não é obrigatória, porém é a opção mais utilizada. As Figuras 1-9 e 1-10 apresentam, respectivamente, as lajes sem e com a utilização de capa de concreto. Quando a capa de concreto for considerada como parte resistente no dimensionamento dos painéis, esta deve ser executada de forma que a aderência entre os painéis e o concreto seja verificada. É



necessário portanto um cuidado especial na vibração e cura deste tipo de laje.

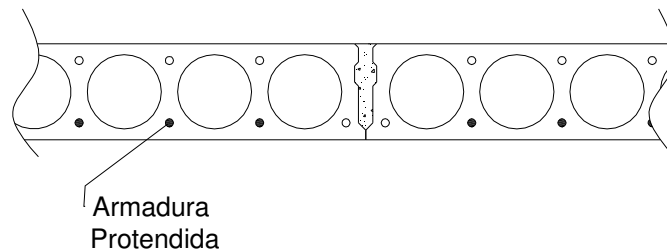


Figura 1-9 - Sistema sem a utilização de capa de concreto

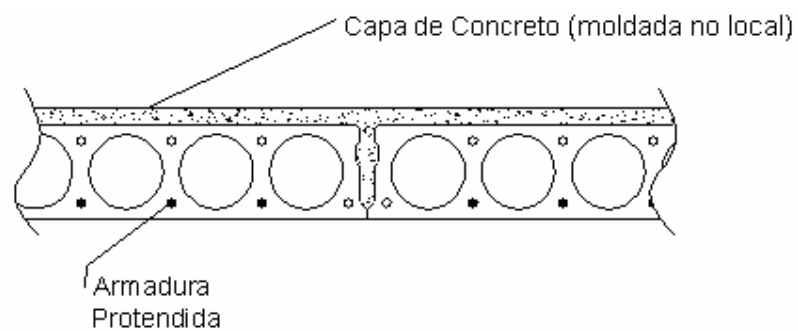


Figura 1-10 - Sistema com a utilização de capa de concreto

## 1.2 Objetivos

Os objetivos desta dissertação são apresentados em dois tópicos: os objetivos gerais que regem a ideologia do trabalho e os objetivos específicos.

### 1.2.1 Objetivos gerais

- Estudar o comportamento de lajes alveolares protendidas com auxílio de um programa computacional;
- Propor alternativas para melhorar o projeto estrutural dessas lajes.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Desenvolver um software para a análise de lajes alveolares pré-tracionadas;
- Estudar a ancoragem de armaduras ativas pré-tracionadas;
- Verificar alguns projetos de painéis alveolares protendidos disponíveis no mercado;
- Estudar lajes alveolares pré-tracionadas com armadura superior e inferior;
- Através das análises anteriores, propor critérios que possam ser utilizados em projetos de lajes alveolares.

## 1.3 Justificativa

A normalização nacional não apresenta recomendações ou imposições para várias situações de projeto do sistema de piso em lajes alveolares. Por este motivo, o presente trabalho tem o objetivo de elucidar algumas destas situações não abordadas pelas normas brasileiras e que são dúvidas no meio técnico e acadêmico.

Nas primeiras etapas do trabalho serão abordados temas relacionados às lajes alveolares com protensão simples e dupla, sem a utilização de capa de concreto. Estas lajes alveolares são dimensionadas geralmente por meio de tabelas previamente calculadas pelas empresas fornecedoras dos equipamentos de extrusão, que utilizam materiais e condições climáticas diferentes dos aplicáveis no Brasil. Esta alternativa conduz a comparações simplificadas, praticamente inviabilizando otimizações nos projetos. Além disto, a utilização de tabelas simplificadas traz principalmente danos aos estados limites de utilização da estrutura, conduzindo a um prejuízo econômico.

A otimização dos projetos e definição de critérios podem ser alcançadas com implementações computacionais de alternativas de dimensionamento de lajes alveolares, oferecendo armadura ativa superior e inferior, aberto para a escolha do tipo de fio ou cordoalha utilizada, escolha do concreto utilizado na fabricação dos painéis, escolha do tipo de protensão, entre outras opções.

A utilização de ferramentas computacionais auxilia a realização de trabalhos que



demandariam tempo excessivo ou tornar-se-iam impossíveis sem esta ferramenta.

## 1.4 Descrição do conteúdo

Este trabalho é estruturado em sete capítulos.

O capítulo 2, “Verificação dos Estados Limites”, apresenta os aspectos teóricos utilizados na verificação dos estados limites de serviço e último, de interesse na análise de lajes alveolares, incluindo os requisitos apresentados nas normas nacionais e alguns comentários de normas internacionais.

No terceiro capítulo, “Ancoragem da Armadura Ativa”, são apresentados os procedimentos para o cálculo do comprimento de ancoragem de armadura ativa por aderência. Os procedimentos são referentes às normas nacionais e internacionais.

Na sequência é apresentado o capítulo “Perdas de Protensão”, onde são apresentados os conceitos e os métodos e processos para o cálculo das perdas imediatas e perdas progressivas de protensão.

O quinto capítulo apresenta o programa PROTENLAJE, ferramenta computacional desenvolvida para a análise, dimensionamento e verificação de painéis alveolares. Neste capítulo são apresentados os critérios utilizados no desenvolvimento do programa e a justificativa dos métodos utilizados.

O capítulo 6, “Exemplos de Aplicação”, apresenta alguns estudos de dimensionamento, verificação e otimização de painéis alveolares. No último capítulo são apresentadas as considerações finais, sintetizando as conclusões resultantes deste trabalho.

## 2 *Verificação dos Estados Limites*

As peças protendidas, idêntico às demais estruturas, devem ter uma distância satisfatória da ruína e também um comportamento satisfatório sob efeito de cargas permanentes e de utilização em serviço. Estas condições são alcançadas mediante garantia dos estados limites.

Neste capítulo serão descritos os estados limites utilizados no dimensionamento e verificação de peças protendidas pré-tracionadas, assim como os procedimentos relacionados a estes assuntos.

### 2.1 Verificação dos estados limites de serviço (ELS)

Os estados limites de serviço estão relacionados à boa utilização funcional da estrutura, com relação aos usuários e aos equipamentos e máquinas para os quais a estrutura se destina. Também estão relacionados o conforto do usuário e a durabilidade e aparência da estrutura.

Abaixo são apresentados os estados limites de serviço de especial interesse para as vigas protendidas.

- a) **Estado limite de formação de fissuras (ELS-F):** “Estado em que se inicia a formação de fissuras” (NBR 6118:2003). Este estado é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal atinge o valor da resistência à tração do concreto na flexão. É válido observar que em peças com esforços de protensão elevados, a pré-compressão do concreto anula as tensões de tração provocadas pelas cargas. Porém, no caso de protensão limitada, existe a necessidade de

impedir fissuras e o ELS-F deve ser verificado;

- b) **Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W):** Estado em que o valor de abertura de fissuras deve estar dentro de um limite que não comprometa as condições de durabilidade e aparência da estrutura. Este estado limite deve ser verificado em peças com protensão parcial;
- c) **Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF):** “Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal dados em 13.3” (NBR 6118:2003). Estado que limita os deslocamentos máximos (flechas) e deve ser verificado em qualquer tipo de estrutura;
- d) **Estado limite de descompressão (ELS-D):** De acordo com a NBR 6118:2003: “Estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção”. Este estado corresponde à situação em que a peça pré-comprimida pela ação da força de protensão vai sendo descomprimida pela ação dos demais carregamentos, até atingir o estado citado;
- e) **Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP):** “Estado no qual se garante a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas” (NBR 6118:2003);
- f) **Estado limite de compressão excessiva (ELS-CE):** “Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido” (NBR 6118:2003). Quando o concreto é submetido a tensões de compressão elevadas, acima de 50% de sua resistência, o processo de microfissuração interna por compressão, que já vinha ocorrendo, torna-se mais acentuado. Este processo de danificação progressiva corresponde ao crescimento de microfissuras a partir de falhas pré-formadas na pasta de cimento endurecida e na sua interface com os agregados. O processo descrito é responsável, basicamente, pelo comportamento não-linear do concreto e pelo efeito Rüsç (HANAI (2005));
- g) **Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE):** “Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção” (NBR 6118:2003);

### 2.1.1 Combinações de ações em serviço

A análise e dimensionamento das vigas protendidas estão diretamente ligados às verificações dos estados limites de serviço. Então, para o projeto das peças protendidas é necessário abordar as combinações de ações de serviço.

A NBR 6118:2003 descreve as combinações de serviço da seguinte forma:

- a) **Combinações quase permanentes (CQP):** podem atuar grande parte do período da vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas;
- b) **Combinações freqüentes (CF):** se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;
- c) **Combinações raras (CR):** ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras.

A Tab. 2.1 (Tabela 11.4 da NBR 6118:2003) apresenta as combinações citadas.

Tab. 2.1 - Combinações de Ações (adaptado da NBR 6118:2003)

Combinações de ações ELS	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase-permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	A ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor freqüente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase-permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações raras de serviço (CR)	A ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores freqüentes $\Psi_1 F_{q1k}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + F_{q1k} + \Sigma \Psi_1 F_{qj,k}$

$F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço.

$F_{q1k}$  é o valor característico das ações variáveis principais diretas.

$\Psi_1$  é o fator de combinação freqüente para ELS.

$\Psi_2$  é o fator de combinação quase-permanente para ELS.

As ações são quantificadas por seus valores representativos que podem ser valores característicos, valores convencionais excepcionais e valores reduzidos. Os valores reduzidos são determinados pela ponderação dos valores característicos por meio dos coeficientes  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$ , que estimam, respectivamente, valores freqüentes e quase permanentes de uma ação que acompanha a ação principal.

### 2.1.2 Níveis de protensão

A NBR 6118:2003 determina três níveis de protensão: protensão completa, protensão limitada e protensão parcial. Estes níveis estão diretamente relacionados às classes de agressividade

ambiental assumida para a estrutura e às exigências feitas sobre a fissuração e as combinações de serviço.

A Tab. 2.2 (Tabela 6.1 da NBR 6118:2003) apresenta as classes de agressividade ambiental e a Tab. 2.3 (Tabela 13.3 da NBR 6118:2003) apresenta as exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

**Tab. 2.2 - Classes de agressividade ambiental (Tabela 6.1 da NBR 6118:2003)**

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>1),2)</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1)</sup>	Grande
		Industrial <sup>1),2)</sup>	
IV	Muito Forte	Industrial <sup>1),3)</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>1)</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes de concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>2)</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

<sup>3)</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

**Tab. 2.3 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (adaptação da Tabela 13.3 da NBR 6118:2003)**

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de proteção	Exigências relativas à fissuração	Combinações de ações em serviço a utilizar
Concreto protendido Nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	Combinação freqüente
Concreto protendido Nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido Nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III ou IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinação freqüente

As peças pré-tracionadas são dimensionadas, geralmente, com protensão completa ou limitada e visto que armaduras pré-tracionadas têm grande eficiência no controle da fissuração, elas são geralmente projetadas com taxas de armaduras suplementares muito baixas ou nulas.

É válido observar que dependendo da classe de agressividade adotada, deverão ser adotados cobrimentos específicos, dados na Tabela 7.2 da NBR 6118:2003. Ainda deverão ser respeitados os limites de cobrimento dados na NBR 9062:2005.

### 2.1.3 Estimativa da força de protensão

O dimensionamento das peças de concreto protendido pode ser realizado baseado nos estados limites de serviço ou no estado limite último. Em ambos os casos, devem-se definir previamente a quantidade de armadura necessária, visto que para o dimensionamento será necessário o cálculo das perdas de protensão e para o cálculo das perdas de protensão será necessária a quantidade de armadura adotada. Este processo é definido como pré-dimensionamento.

A alternativa aqui apresentada refere-se ao pré-dimensionamento através dos estados limites de serviço. O primeiro passo do pré-dimensionamento é o cálculo da protensão necessária, que será função dos seguintes parâmetros: dados geométricos da peça (obtidos com dados de outros pré-dimensionamentos ou de experiência profissional), característica dos materiais, ações atuantes na estrutura, esforços devidos às cargas permanentes e variáveis, nível de protensão adotado (Tab. 2.3), estimativas de perdas de tensão na armadura ativa e outras limitações de esforços impostas por normas técnicas peculiares ao tipo de estrutura considerada ou dadas pela experiência profissional.

A força de protensão, para protensão completa ou limitada, pode ser calculada considerando a seção não fissurada e com as fórmulas da resistência dos materiais. A Eq. (2.1) apresenta a fórmula genérica para o cálculo da força de protensão necessária utilizando a verificação da tensão na borda inferior.

$$P_{est} = \frac{\left( \sigma_{adm} + \frac{M_{g1}}{W_i} + \frac{M_{g2}}{W_i} + \Psi \cdot \frac{M_q}{W_i} \right)}{-\left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_i} \right)} \quad (2.1)$$

onde:

$P_{est}$  força de protensão estimada

$\sigma_{adm}$  é a tensão admissível, que depende da combinação de serviço e do nível de protensão;

$M_{g1}$  é o momento fletor devido ao peso próprio;

$M_{g2}$  é o momento fletor devido ao carregamento permanente adicional;

$M_q$  é o momento fletor devido ao carregamento acidental;

$W_i$  é o momento resistente inferior da seção transversal;

$\Psi$  é o coeficiente de ponderação, que depende da combinação de serviço;

$A_c$  é a área de concreto da seção transversal;

$e_p$  é a excentricidade do fio de protensão.

A tensão admissível presente na Eq. (2.1) depende da combinação de serviço a ser verificada, que depende do nível de protensão adotado (Tab. 2.3). Então, a força de protensão estimada será o



maior valor absoluto entre as forças de protensão calculadas com cada combinação de serviço. No próximo item deste capítulo serão comentados os valores adotados para as tensões admissíveis e no Capítulo 4 serão apresentadas as perdas de protensão.

Após o cálculo da protensão estimada é possível calcular o número de fios, para cada tipo de aço. O número de fios é dado pela razão entre a força de protensão estimada e a protensão de cada fio. A protensão de cada fio é calculada pela Eq. (2.2).

$$p_i = \sigma_{pi} \cdot A_p \cdot (1 - Perdas) \quad (2.2)$$

onde:

$\sigma_{pi}$  é a tensão de protensão limite de operação;

$A_p$  é a área de aço de cada fio ou cordoalha;

*Perdas* são as perdas de protensão estimadas.

A NBR 6118:2003 limita os valores de operação de protensão, para o caso de pré-tração e aço com relaxação normal em:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,90 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (2.3)$$

e para os aços com relaxação baixa em:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde:

$f_{pyk}$  é o valor característico da resistência de escoamento convencional do aço de protensão;

$f_{ptk}$  é o valor característico da resistência à tração do aço de protensão;

### 2.1.4 Verificação das tensões normais no concreto

Após o cálculo da força e das perdas de protensão, é preciso efetuar a verificação de tensões normais no concreto. As verificações de tensões no concreto deverão ser realizadas para todas as combinações de ações possíveis e para todas as etapas pertinentes aos processos de fabricação, transporte, montagem e utilização, como por exemplo: transferência da força de protensão para o concreto, transporte do elemento estrutural, estocagem, etc.

Os limites estabelecidos para as verificações são listados abaixo:

- a) **Tensão admissível de compressão para o ato da protensão:** a NBR 6118:2003 admite uma verificação simplificada, em que as tensões no concreto não ultrapassem 70% da resistência característica prevista para a idade de aplicação da protensão;
- b) **Tensão admissível de tração para o ato da protensão:** a tensão limite de tração no ato da protensão é dada em função do tipo de seção e da data de protensão e será igual à menor resistência à tração do concreto na data da verificação, majorada em 20% para seções T e duplo T e em 50% para seções retangulares;
- c) **Tensão admissível para o estado limite de compressão excessiva:** a NBR 6118:2003 limita as tensões no concreto em 70% da resistência característica prevista para a idade de aplicação da protensão. Uma alternativa mais conservadora é estabelecida pelo CEB (1990), que limita a tensão no concreto em 60% da resistência característica prevista para a idade de aplicação da protensão;
- d) **Tensão admissível para o estado limite de descompressão:** o estado limite de descompressão não admite esforços de tração no concreto. Portanto, o limite de tensões é igual a zero.
- e) **Tensão admissível para o estado limite de fissuração:** a tensão limite para este estado é igual à tensão admissível de tração para o ato da protensão.

As verificações mais comuns para os projetos de estruturas protendidas são listadas abaixo.

- a) **Verificação para o Ato da Protensão:** Esta verificação é realizada para o período em que a protensão começa a atuar, ou seja, no momento em que são liberados os cabos de protensão.

Nesta verificação são utilizadas as resistências da data de protensão, a força de protensão utilizada é  $P_0$  (força de protensão inicial descontadas as perdas imediatas) e o carregamento é devido somente ao peso próprio do elemento. Nesta etapa, as seções das extremidades da peça, em que o momento fletor devido ao peso próprio é mínimo, são as seções críticas. Porém, é válido observar que nestas seções é onde ocorre a transferência da força de protensão do aço para o concreto, necessitando de uma análise mais apurada nesta região. A Eq. (2.5) estabelece o cálculo das tensões para o ato da protensão.

$$\sigma_{ato} = P_0 \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W} \right) - \frac{M_{g1}}{W} \quad (2.5)$$

Estas tensões devem respeitar os limites:

$$\sigma_{borda-sup\ erior} \leq \sigma_{TAP} \quad (2.6)$$

$$\sigma_{borda-inf\ erior} \geq \sigma_{CAP} \quad (2.7)$$

onde:

$\sigma_{borda-sup\ erior}$  é a tensão normal na borda superior do elemento;

$\sigma_{borda-inf\ erior}$  é a tensão normal na borda inferior do elemento;

$\sigma_{TAP}$  é a tensão de tração admissível para o ato da protensão;

$\sigma_{CAP}$  é a tensão de compressão admissível para o ato da protensão.

A verificação do ato da protensão na região dos apoios poderá ser desprezada em algumas situações, visto que esta é uma região descontínua e as hipóteses adotadas para a verificação citada não são válidas.

- b) **Verificação para o Final da Construção:** A verificação para o final da construção é realizada para o período em que a obra já terminou, mas ainda não está em utilização. Na data do final da construção só existirá o carregamento devido ao peso próprio do elemento e do revestimento. Nesta etapa da obra adota-se, como simplificação, que ocorrem metade das perdas progressivas (além das perdas imediatas). As tensões são determinadas de acordo com a Eq. (2.8).

$$\sigma_{FC} = P_{50} \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{Wi} \right) - \frac{M_{g1}}{W} - \frac{M_{g2}}{W} \quad (2.8)$$

onde:

$P_{50}$  é a força de protensão inicial, descontadas as perdas iniciais e 50% das perdas progressivas.

As tensões do final da construção devem respeitar os limites:

$$\sigma_{borda-sup erior} \leq \sigma_{ELS-F} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{borda-inf erior} \geq \sigma_{ELS-CE} \quad (2.10)$$

c) **Verificação para o Estado Limite de Serviço:** Como exposto na Tabela 13.3 da NBR 6118:2003, a protensão limitada deve ser realizada para as combinações freqüente e quase permanente; e a protensão completa, para combinações freqüente e rara. A equação utilizada para todos os casos de ELS é apresentada na expressão (2.11), na qual será alterado somente o valor do coeficiente de ponderação  $\Psi$ .

$$\sigma = P_{\infty} \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W} \right) - \frac{M_{g1}}{W} - \frac{M_{g2}}{W} - \Psi \cdot \frac{M_q}{W} \quad (2.11)$$

onde:

$P_{\infty}$  é a protensão para o tempo infinito.

As verificações efetuadas para a protensão limitada combinação freqüente são:

$$\sigma_{borda-sup erior} \geq \sigma_{ELS-CE} \quad (2.12)$$

$$\sigma_{borda-inf erior} \leq \sigma_{ELS-F} \quad (2.13)$$

As verificações realizadas para a protensão limitada com combinação quase permanente são:

$$\sigma_{borda-sup erior} \geq \sigma_{ELS-CE} \quad (2.14)$$

$$\sigma_{borda-inf erior} \leq \sigma_{ELS-D} \quad (2.15)$$

As verificações feitas para a protensão completa com combinação freqüente são:

$$\sigma_{borda-sup erior} \geq \sigma_{ELS-CE} \quad (2.16)$$

$$\sigma_{borda-inf erior} \leq \sigma_{ELS-D} \quad (2.17)$$

As verificações feitas para a protensão limitada com combinação rara são:

$$\sigma_{borda-sup erior} \geq \sigma_{ELS-CE} \quad (2.18)$$

$$\sigma_{borda-inf erior} \leq \sigma_{ELS-F} \quad (2.19)$$

Para o caso de pré-tração, a verificação de tensões também pode ser feita através de métodos gráficos. Para peças pré-fabricadas em que existe variação significativa da intensidade da força de protensão ao longo do vão, por interrupção das cordoalhas por eliminação da aderência ou por encurvamento e ancoragem antes do apoio, é interessante o gráfico do número mínimo e máximo de cabos. Este gráfico traz vantagens, principalmente, para a disposição da armadura ativa ao longo do vão. A construção do gráfico é feita com o cálculo do número mínimo e máximo de cabos para cada seção transversal adotada.

O número mínimo de cabos é calculado, para cada seção, através da força de protensão estimada com as combinações de ações necessárias para cada nível de protensão (ver Tab. 2.3). A Eq. (2.20) apresenta a fórmula geral para cálculo do número de cabos (fios ou cordoalhas). Nesta equação é possível observar que o número de cabos varia em cada seção devido à variação dos momentos fletores, da excentricidade e da força de protensão.

$$N^o Cabos = \frac{\left( \sigma_{adm} + \frac{M_{g1}}{W_i} + \frac{M_{g2}}{W_i} + \Psi \cdot \frac{M_q}{W_i} \right)}{-\left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_i} \right) \cdot p i_{inf}} \quad (2.20)$$

onde:

$p i_{inf}$  é a protensão por fio com as perdas;

$W_i$  é o momento resistente inferior da seção transversal.

A Eq. (2.20) poderá ser adaptada para o cálculo do número máximo de fios, aplicada com os carregamentos atuantes no ato da protensão.

### 2.1.5 Verificação da deformação excessiva

As deformações da estruturas devem ser controladas a limites que não comprometam o funcionamento adequado da estrutura e o conforto do usuário, além de não interferir na segurança e durabilidade de outros elementos estruturais e elementos não estruturais. A Tabela 13.2 da NBR 6118:2003 apresenta os limites para deformações, mais propriamente rotações e deslocamentos.

O cálculo das flechas em vigas pode ser calculado por processos analíticos simplificados, estabelecidos pela NBR 6118:2003, ou por métodos mais precisos, como o método dos prismas equivalentes.

- a) **Processo da NBR 6118:2003:** a norma para concreto possibilita o cálculo de flechas em vigas com armaduras ativas considerando a rigidez equivalente  $(EI)_{eq}$  igual a  $E_s I_o$ , desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Neste caso, os valores das deformações nas vigas podem ser obtidos com as equações da linha elástica, sendo que a protensão é substituído por um carregamento externo equivalente. A consideração da deformação diferida no tempo é obtida multiplicando a parcela permanente da flecha imediata por  $(1+\phi)$ , onde  $\phi$  é o coeficiente de fluência.

- b) **Método dos prismas equivalentes:** o método dos prismas equivalentes (que é apresentado mais detalhadamente no capítulo 4) permite determinar as variações de tensões na armadura e no concreto, produzidas pela fluência e retração do concreto. Com as variações de tensões na armadura e no concreto é possível obter a variação de tensões ao longo de toda a altura da seção. A Figura 2-1 mostra a deformação na seção. De acordo com FERRAZ (1988), obtidas as variações de tensões nos prismas equivalentes, as deformações específicas no concreto podem ser calculadas por meio das equações (2.21) e (2.22).

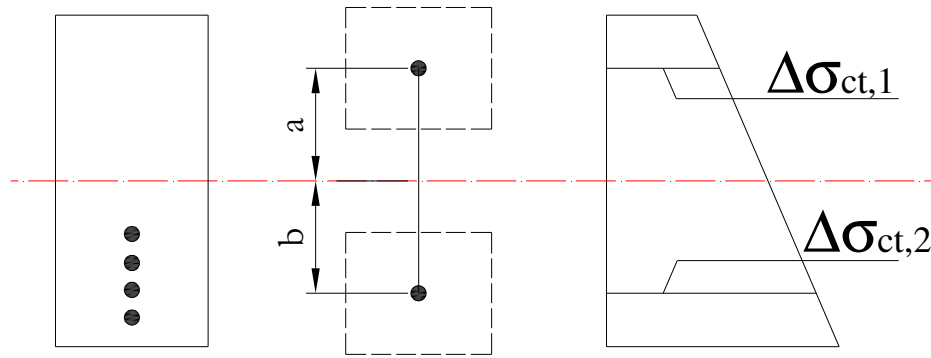


Figura 2-1 - Deformação da seção, adaptada de FERRAZ (1988)

$$\varepsilon_{c,1} = \frac{\sigma_{co,1}}{E_c} \varphi_{u_0} + \frac{\Delta\sigma_{ct,1}}{E_c} q_2 \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{c,2} = \frac{\sigma_{co,2}}{E_c} \varphi_{u_0} + \frac{\Delta\sigma_{ct,2}}{E_c} q_2 \quad (2.22)$$

onde:

$\varepsilon_c$  é a deformação específica na altura do prisma de concreto;

$\sigma_{co}$  é a tensão inicial no prisma de concreto;

$\varphi_{u_0}$  é o coeficiente de fluência;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$\Delta\sigma_{ct}$  é a variação de tensão no prisma de concreto;

$q_2 = 1 + 0,5 \cdot \varphi_{u_0}$  de acordo com FERRAZ (1988);

$q_2 = 1 + 0,82 \cdot \varphi_{u_0}$  pelo Método de Trost-Bazant apud SILVA et al (2001);

O valor que deverá ser adotado para o coeficiente de carga  $q_2$  dependerá do tempo em que ocorreram as perdas de protensão progressivas. A expressão fornecida pelo método de Trost-Bazant apud SILVA et al (2001) admite que as perdas progressivas ocorram com maior intensidade no início do intervalo considerado. A expressão fornecida por FERRAZ (1988) admite que as perdas progressivas ocorram com maior intensidade até a primeira metade do intervalo.

Então, com as deformações da seção, pode-se calcular a variação angular do plano da seção por unidade de comprimento (Eq. (2.23)). Arbitrando seções transversais, afastadas convenientemente de uma distância  $\lambda$ , pode-se supor que a viga é substituída por uma barra que flexionará apenas nestas seções adotadas, com rotações concentradas (Figura 2-2).

$$\Delta\theta = \frac{\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}}{a + b} \quad (2.23)$$

onde a e b são as distâncias do centro de gravidade ao prismas 1 e 2, respectivamente.

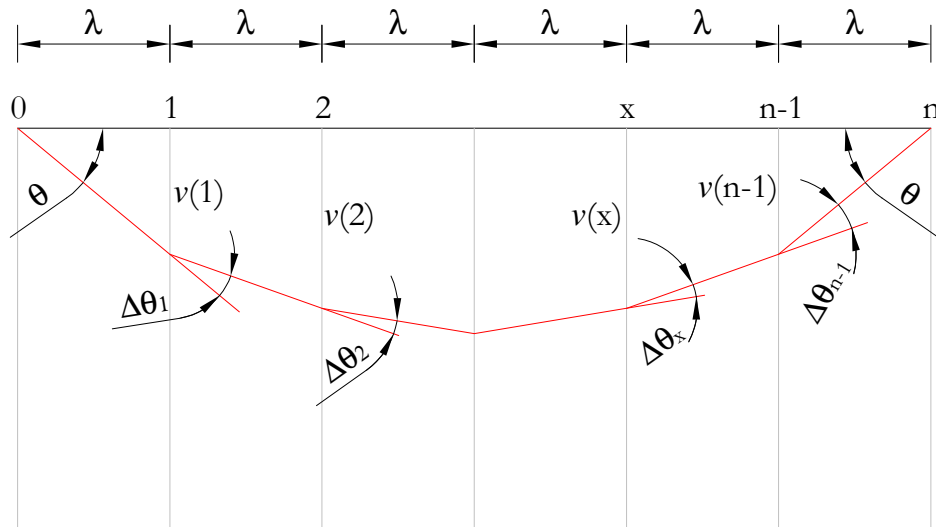


Figura 2-2 - Barra flexionada, adaptada de FERRAZ (1988)

A Eq. (2.24) apresenta a variação angular adimensional.



$$\Delta\theta_i = \frac{\varepsilon_{c2}^{(i)} - \varepsilon_{c1}^{(i)}}{a+b} \cdot \lambda \quad (2.24)$$

Com as considerações acima, a flecha em qualquer seção transversal adotada pode ser determinada pela Eq. (2.25). Esta equação demonstra a analogia de Mohr (de acordo com FERRAZ (1988)), sendo que neste caso a rotação  $\theta_0$  é a reação de apoio de uma viga carregada com cargas concentradas  $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \dots, \Delta\theta_{n-1}$  e a flecha  $v(x)$  é o momento fletor na posição das cargas concentradas.

$$v(x) = \theta_0 x \lambda - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta\theta_i (x-i) \lambda \quad (2.25)$$

onde:

$$\theta_0 = \frac{1}{n} \sum_{x=1}^{n-1} (n-x) \Delta\theta_x \quad (2.26)$$

## 2.2 Verificação dos estados limites últimos

“O estado-limite último corresponde a uma condição em que a viga não pode ser mais utilizada, por ter sofrido colapso ou deformações plásticas excessivas”, de acordo com PFEIL (1984). “Estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura”, de acordo com a NBR 6118:2003.

### 2.2.1 Estado limite último devido a solicitações normais

O estado limite último em peças protendidas, no que se refere às solicitações normais, pode ser verificado com os mesmos procedimentos de cálculo utilizados no concreto armado, distinguindo-se apenas no fato que a armadura de protensão possui um alongamento prévio. Tomando-se como referência o estado fictício no qual se considera o concreto sem tensões, estado

de neutralização, a armadura ativa apresentará uma deformação inicial denominada “pré-alongamento”.

A NBR 6118:2003 estabelece que os pré-alongamentos devem ser calculados com base nas tensões iniciais de protensão com valores de cálculo e com a consideração das perdas até a idade em exame. Portanto, no estado limite último, todas as ações serão afetadas por coeficientes de segurança, inclusive a força de protensão. Conforme a protensão tenha efeito favorável ou desfavorável, serão adotados os valores  $\gamma_p = 0,9$  ou  $\gamma_p = 1,2$  como coeficientes de segurança (Tabela 11.1 da NBR 6118:2003).

Na análise dos esforços resistentes dos elementos lineares, de acordo com a NBR 6118:2003 devem ser consideradas as seguintes hipóteses (hipóteses de interesse para o concreto protendido com pré-tração e armadura aderente):

- a) as seções transversais se mantêm planas após deformações;
- b) a deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser o mesmo do concreto em seu entorno;
- c) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas, obrigatoriamente no ELU;
- d) a distribuição de tensões de compressão no concreto varia de acordo com o diagrama parábola-retângulo;
- e) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo;
- f) a distribuição das deformações na seção transversal caracteriza o domínio de deformação do estado limite último da peça (figura 17.1 da NBR 6118:2003);

Para o estado limite último no ato da protensão, ainda devem ser consideradas:

- a) a resistência característica do concreto será igual aquela correspondente à idade fictícia no ato da protensão;
- b) para esta verificação, admite-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação, com as

cargas que efetivamente atuarem nessa ocasião (de acordo com as Tabelas 11.1 e 12.1 da NBR 6118:2003):

$$\gamma_c = 1,2$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$\gamma_p = 1,0$$

$$\gamma_f = 1,0 \text{ ou } \gamma_f = 0,9$$

É válido lembrar que no estado limite último geralmente a armadura ativa já está pré-dimensionada, então o estado limite último é aplicado na verificação das seções. Com a verificação do estado limite último, pode-se chegar a duas conclusões: que armadura previamente calculada é suficiente por si só para as condições adotadas ou será necessário calcular uma armadura passiva complementar.

Em geral, o momento fletor resistente pode ser calculado por meio de processos iterativos, com rápida convergência e valores satisfatórios.

Estes processos de verificação são iterativos devido ao comportamento dos aços de protensão, que apresentam um diagrama tensão-deformação caracterizado por um trecho inicial elástico-linear bem definido e, a partir de um certo valor, um trecho plástico inclinado. A NBR 6118:2003 estabelece que o diagrama tensão-deformação do aço de protensão deve ser fornecido pelo fabricante ou obtido através de ensaios realizados segundo a NBR 6349. A norma ainda estabelece que os valores característicos da resistência de escoamento convencional  $f_{pyk}$ , da resistência à tração  $f_{ptk}$  e o alongamento após ruptura  $\epsilon_{uk}$  das cordoalhas devem satisfazer os valores mínimos estabelecidos na NBR 7483. Os valores de  $f_{pyk}$ ,  $f_{ptk}$  e do alongamento após ruptura  $\epsilon_{uk}$  dos fios devem atender as especificações da NBR 7482.

Para cálculo nos estados-limite de serviço e último pode-se utilizar um diagrama simplificado fornecido também pela NBR 6118:2003, apresentado na Figura 2-3 (Figura 8.1 da norma).

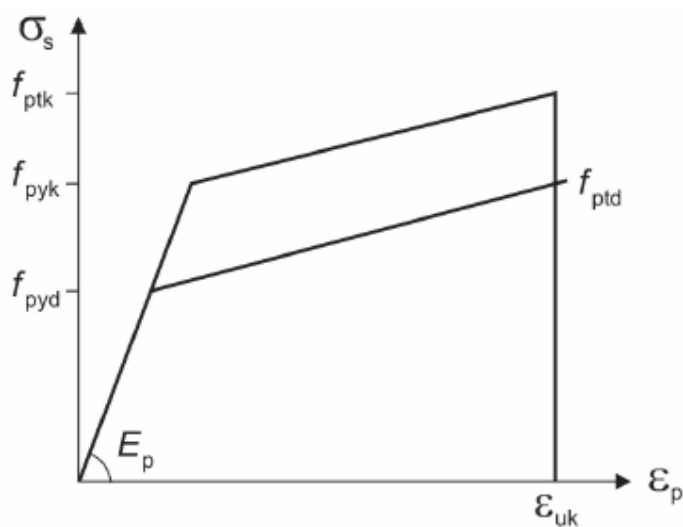


Figura 2-3 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas, adaptado da NBR 6118:2003

A seguir serão apresentados os procedimentos para a construção do diagrama momento x curvatura de vigas ou lajes protendidas pré-tracionadas com armadura aderente. A verificação do estado limite último será feita com a comparação do último ponto do diagrama (valor do momento resistente) com o momento solicitante.

Os diagramas momento x curvatura são relações obtidas para uma determinada seção transversal, com armadura conhecida e esforço normal pré-estabelecido. Estas relações são obtidas através das equações de equilíbrio, equações de compatibilidade, das características dos materiais e características geométricas dos componentes da seção. Então, cada ponto do diagrama representa (para o esforço normal pré-estabelecido) uma curvatura no eixo das abscissas correspondente a um momento fletor no eixo das ordenadas.

As considerações e procedimentos apresentados abaixo são adaptações de LORIGGIO (2006). Para a construção dos diagramas, também devem ser levadas em consideração as hipóteses de cálculo para o estado limite último, já apresentadas.

A construção do diagrama (pelo processo semi-analítico) segue as seguintes etapas:

1. É fixado o valor do esforço normal, zero no caso das vigas e lajes;
2. É fixado um valor para a curvatura. No diagrama momento x curvatura será utilizado o valor de  $\theta$ , que está relacionado com a curvatura pela Eq. (2.27);

$$\theta = 1000 \cdot h \cdot \frac{1}{r} \quad (2.27)$$

3. Adota-se um valor para a deformação do concreto fixando-se com isto, uma posição para a linha neutra;
4. Calcula-se a resultante de compressão no concreto;
5. Calculam-se as deformações em cada camada de armadura e as suas forças resultantes;
6. Calcula-se o valor fixado para o esforço normal resultante na seção transversal, assim compara-se este valor com o valor fixado para o esforço normal. Se estes valores sejam iguais, calcula-se o valor do momento fletor correspondente. Caso não resultem em valores iguais, retorna-se à etapa 3, sendo feita uma nova iteração, completando a análise hipotética;
7. Para cada valor de esforço normal será obtida uma curva, finalizando o diagrama.

As tensões no concreto e no aço são consideradas de acordo com os diagramas tensão - deformação, estabelecidos pela NBR 6118:2003. A Figura 2-4 apresenta o diagrama x deformação idealizado para a compressão, fornecido pela NBR 6118:2003, que pode ser utilizado para análises no estado limite último.

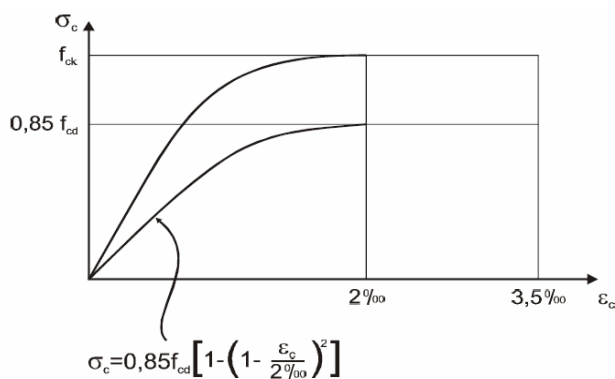


Figura 2-4 - Diagrama tensão - deformação idealizado (Figura 8.2 da NBR 6118:2003)

### 2.2.2 Estado limite último devido a solicitações tangenciais

Assim como no caso do estado limite último de solicitações normais, o estado limite último devido a solicitações tangenciais de peças protendidas é muito semelhante ao estudo aplicado ao concreto armado, diferenciando-se apenas no fato da aplicação de protensão por meio de armaduras ativas. Neste trabalho serão tratados somente esforços devido ao esforço cortante em lajes, sendo que as demais solicitações tangenciais e outros tipos de elementos não serão objeto de estudo.

De acordo com LEONHARDT (1983) o efeito favorável da protensão nas solicitações tangenciais está relacionado às tensões de compressão longitudinais produzidas pela protensão, que reduzem as tensões principais de tração (que ficam mais inclinadas com relação ao eixo da peça), de modo que as fissuras de cisalhamento configuram-se com menor inclinação do que no caso do concreto armado.

A NBR 6118:2003 (item 19.4) apresenta as prescrições para o cálculo e verificação de esforços resistentes para lajes e elementos lineares com  $b_w \geq 5d$  (sendo  $b_w$  a largura da seção e  $d$  a altura útil). Ainda segundo a norma, “As lajes maciças ou nervuradas, podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante, quando a força cortante de cálculo obedecer à expressão”.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (2.28)$$

sendo

$V_{Sd}$  é a força cortante de cálculo;

$V_{Rd1}$  é a resistência de projeto ao cisalhamento.

A resistência de projeto ao cisalhamento pode ser dada pela Eq. (2.29), também fornecida pela NBR6118:2003. De acordo com os COMENTÁRIOS TÉCNICOS DA NB-1, IBRACON (2003), essa equação consiste em um critério bom e especialmente indicado para lajes vazadas protendidas e alveolares.

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] b_w d \quad (2.29)$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } |0,02|$$

$$\sigma_{cp} = N_{sd} / A_c$$

$k$  é um coeficiente que tem os seguintes valores:

- para elementos onde 50% da armadura não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;
- para os demais casos:  $k = |1,6 - d|$ ; não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;

onde:

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + l_{b,nec}$  além da seção considerada;

$b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ ;

$N_{sd}$  é a força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento (compressão positiva);

A NBR 6118:2003 ainda traz mais algumas recomendações como:

- a) Na zona de ancoragem de elementos com protensão com aderência prévia, a equação que define  $V_{Rd1}$  só se aplica quando os requisitos de ancoragens são satisfeitos conforme o item 9.4.5 (NBR 6118:2003);
- b) No caso da pré-tração deve ser levada em conta a redução da protensão efetiva no comprimento de transmissão;

Neste ponto, é válido ressaltar que a região de apoio é uma região de descontinuidade. Portanto, situações como o comprimento de ancoragem e as perdas de protensão nesta região devem ser estudados mais detalhadamente para uma compreensão melhor da verificação do esforço cortante.

Na região dos apoios ainda podem ocorrer outros dois tipos de estado limite último: devido à ancoragem nos apoios e devido ao escorregamento da armadura de protensão. Estes estados limites ainda não estão bem definidos na literatura e estudos complementares deverão ser realizados para seu esclarecimento.



### 3 *Ancoragem da Armadura Ativa*

A transferência de tensões ocorre com os mecanismos de aderência por adesão, aderência por atrito e aderência mecânica. A aderência por adesão é devida às ligações físico-químicas, resultando em uma colagem na interface do aço com a nata de cimento e sua resistência é função da limpeza e rugosidade. A adesão é destruída por pequenos deslocamentos entre a armadura e o concreto e então não garante a ancoragem dos fios e cordoalhas. Após a destruição da adesão, inicia o mecanismo de atrito, que será função dos coeficientes de atrito das superfícies dos materiais aço e concreto e também função das tensões de compressão transversais devido aos carregamentos externos (principalmente próximo aos apoios) e da retração. O último mecanismo, aderência mecânica, é o mais efetivo e confiável. Esta aderência é devida a saliências na superfície da armadura, que funcionam como elementos de transmissão de esforços.

O cálculo do comprimento de ancoragem ainda não está suficientemente detalhado nas normas nacionais. A NBR 6118: 2003 apresenta um procedimento de cálculo semelhante ao roteiro oferecido pelo prEN 1992-1-1 - EUROCODE 2, porém esta apresenta a teoria aplicada mais detalhadamente. Ainda com relevância internacional, podem ser citados os roteiros apresentados pelo ACI 318: 2005 e o PLÄHN e KRÖLL apud LEONHARDT (1983). Estes dois últimos roteiros são baseados em ensaios experimentais, diferentemente dos apresentados pela NBR 6118: 2003 e prEN 1992-1-1.

As ancoragens das armaduras ativas nas lajes alveolares são realizadas pela transferência de tensões do aço para o concreto, por meio de três mecanismos: aderência por adesão, aderência por atrito e aderência mecânica.

### 3.1 Segundo a NBR 6118:2003

O procedimento recomendado pela NBR6118 para o cálculo do comprimento de ancoragem de armaduras ativas, fios e cordoalhas, é apresentado a seguir.

- a) **Resistência de aderência de cálculo:** A resistência de cálculo para armaduras pré-tracionadas é dada pela Eq. (3.1).

$$f_{bpd} = \eta_{p1} \cdot \eta_{p2} \cdot f_{ctd} \quad (3.1)$$

onde:

$\eta_{p1}$  é o coeficiente que depende da conformação superficial da armadura ativa, tal que:

$\eta_{p1} = 1,0$  para fios lisos;

$\eta_{p1} = 1,2$  para fios cordoalhas de 3 e 7 fios;

$\eta_{p1} = 1,4$  para fios dentados;

$\eta_{p2}$  é o coeficiente que depende da posição da armadura ativa durante a concretagem, tal que:

$\eta_{p2} = 1,0$  para situações de boa aderência;

$\eta_{p2} = 0,7$  para situações de má aderência;

$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_s$  é o valor de cálculo da resistência à tração do concreto na idade da aplicação da protensão para o cálculo do comprimento de transferência.

- b) **Comprimento de Ancoragem Básico ( $l_{bp}$ ):** Este é o comprimento de ancoragem reta necessário para ancorar uma força limite em um fio ou cordoalha de protensão, dado pela Eq. (3.2) para fios isolados, e Eq. (3.3) para cordoalhas de 3 e 7 fios.

$$l_{bp} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{pyd}}{f_{bpd}} \quad (3.2)$$

$$l_{bp} = \frac{7 \cdot \phi}{36} \cdot \frac{f_{pyd}}{f_{bpd}} \quad (3.3)$$

onde:

$\phi$  é o diâmetro de uma barra;

$f_{pyd}$  é a tensão de escoamento de cálculo do aço de protensão;

$f_{bpd}$  é o valor da resistência de aderência de cálculo Eq. (3.1);

- c) **Comprimento de Transferência ( $l_{bpt}$ ):** O comprimento de transferência é o comprimento necessário para transferir por aderência a força de protensão do fio ou cordoalha para o concreto. A Eq. (3.4) apresenta o comprimento de transferência para fios dentados e lisos, e a Eq. (3.5) para cordoalhas de 3 e 7 fios.

$$l_{bpt} = 0,7 \cdot l_{bp} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}} \quad (3.4)$$

$$l_{bpt} = 0,5 \cdot l_{bp} \cdot \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpd}} \quad (3.5)$$

onde:

$\sigma_{pi}$  é a tensão na armadura ativa imediatamente após a aplicação da protensão.

Os valores encontrados com as equações (3.4) e (3.5) deverão ser acrescidos em vinte e cinco por cento, caso a liberação da armadura após o corte não for gradual.

- d) **Comprimento de Ancoragem Necessário ( $l_{bpd}$ ):** É o comprimento necessário para ancoragem reta da força de protensão de cálculo que atua em um fio ou cordoalha. A Eq. (3.6) estabelece o comprimento necessário.

$$l_{bpd} = l_{bpt} + l_{bp} \cdot \frac{f_{pyd} - \sigma_{p\infty}}{f_{bpd}} \quad (3.6)$$

onde:

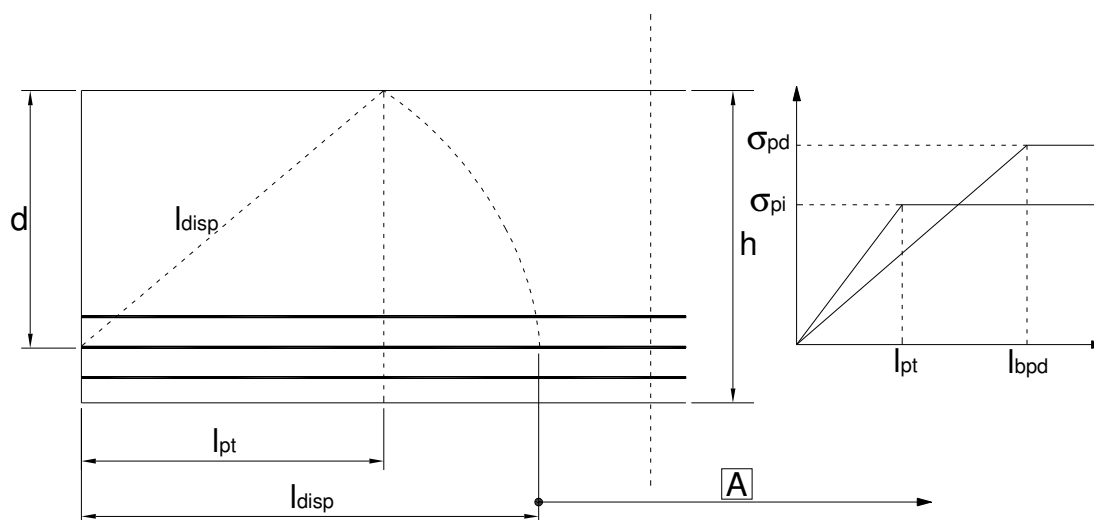
$\sigma_{p\infty}$  é a tensão na armadura ativa após todas as perdas de protensão ao longo do tempo.

### 3.2 Segundo a prEN 1992-1-1:2004

Na região de ancoragem de cabos pré-tracionados, os seguintes parâmetros de comprimento devem ser considerados:

- Comprimento de transmissão,  $l_{pt}$ , sobre o qual a força de protensão ( $P_0$ ) é totalmente transmitida para o concreto;
- Comprimento de dispersão,  $l_{disp}$ , sobre o qual as tensões no concreto dispersam gradualmente para uma distribuição linear através da seção de concreto;
- Comprimento de ancoragem,  $l_{bpd}$ , sobre o qual a força do cabo  $F_{pd}$  no estado limite último é totalmente ancorada no concreto.

A Figura 3-1 ilustra os parâmetros citados.



**A** - Distribuição linear de tensões na seção transversal da peça

Figura 3-1 - Transferência da protensão em elementos pré-tracionados, parâmetros de comprimento (adaptado de prEN 1992-1-1:2004)

onde:

$\sigma_{pi}$  é a tensão inicial de protensão na armadura;

$\sigma_{pd}$  é a tensão de cálculo de protensão na armadura.

- a) **Transferência da protensão:** Na liberação dos cabos, a protensão pode ser suposta transferida para o concreto por uma tensão constante de aderência,  $f_{bpt}$ , onde:

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd}(t) \quad (3.7)$$

onde:

$\eta_{p1}$  é o coeficiente que considera o tipo de cabo e a situação de aderência na liberação;

$\eta_{p1} = 2,7$  para fios dentados;

$\eta_{p1} = 3,2$  para cordoalhas de 3 e 7 fios;

$\eta_1 = 1,0$  para condições de boa aderência;

$\eta_1 = 0,7$  se não há boa aderência, a menos que um valor maior possa ser justificado com alguma consideração de uma circunstancia especial na execução;

$f_{ctd}(t)$  é o valor de cálculo da tensão da força na hora da liberação;

$$f_{ctd}(t) = \alpha_{ct} \cdot 0,7 \cdot f_{ctm}(t) / \gamma_c;$$

O valor recomendado para  $\alpha_{ct}$  é 1,0.

O valor básico do comprimento de transmissão,  $l_{pt}$ , é dado por:

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt} \quad (3.8)$$

onde:

$\alpha_1 = 1,0$  para liberação gradual

$\alpha_1 = 1,25$  para liberação repentina

$\alpha_2 = 0,25$  para cabos com seção transversal circular

$\alpha_2 = 0,19$  para cordoalhas de 3 e 7 fios

$\phi$  é o diâmetro nominal dos cabos

$\sigma_{pm0}$  é a tensão no cabo imediatamente depois da liberação

O valor de cálculo do comprimento de transmissão pode ser obtido com o menor dos dois valores, dependendo da situação de cálculo:

$$l_{pt1} = 0,8l_{pt} \quad (3.9)$$

ou

$$l_{pt2} = 1,2l_{pt} \quad (3.10)$$

Normalmente o valor mais baixo é utilizado para verificações de tensões locais na liberação, e o valor mais alto para estado limite último (cisalhamento, ancoragem, etc.).

As tensões no concreto podem ser admitidas com uma distribuição linear fora do comprimento de dispersão (Figura 3-1):

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d^2} \quad (3.11)$$

b) **Ancoragem da força de tração para o estado limite ultimo:** A ancoragem dos cabos deve ser checada nas seções onde as tensões de tração excedem  $f_{ctk,0,05}$ . A força no cabo deve ser calculada para a seção fissurada. Aonde a tensão de tração do concreto for menor que  $f_{ctk,0,05}$ , não é necessário a verificação da ancoragem.

A força de aderência para a ancoragem no estado limite ultimo é:

$$f_{bpd} = \eta_{p2}\eta_1 f_{ctd} \quad (3.12)$$

onde:

$\eta_{p1}$  é o coeficiente que considera o tipo de cabo e a situação de aderência da ancoragem

$\eta_{p1} = 1,4$  para fios dentados ou

$\eta_{p1} = 1,2$  para cordoalhas de 3 e 7 fios

$\eta_1$  é definido como no item anterior;

O comprimento total de ancoragem para ancorar um cabo com tensão  $\sigma_{pd}$  é:

$$l_{bpd} = l_{pr2} + \alpha_2 \phi (\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty}) / f_{bpd} \quad (3.13)$$

onde:

$l_{pr2}$  é o maior valor de cálculo do comprimento de transmissão;

$\alpha_2$  como definido no item anterior;

$\sigma_{pd}$  é a tensão no cabo correspondente à força de cálculo última;

$\sigma_{pm\infty}$  é a protensão após as perdas totais;

As tensões no cabo na zona de ancoragem estão ilustradas na Figura 3-2.

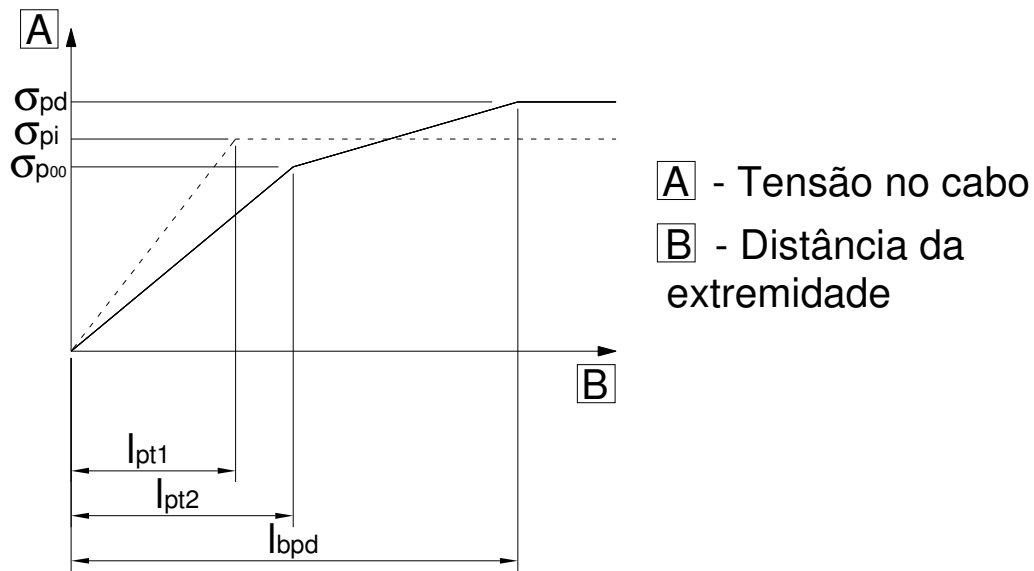


Figura 3-2 - Tensões na zona de ancoragem de elementos pré-tracionados: (1) na liberação da armadura, (2) no estado limite último (adaptado de prEN 1-1-1992:2004)

### 3.3 Segundo o ACI 318:2005

As cordoalhas de sete fios serão ancoradas além da seção crítica, em uma distância não menor que:

$$l_d = \left( \frac{f_{se}}{3000} \right) d_b + \left( \frac{f_{ps} - f_{se}}{1000} \right) d_b \quad (3.14)$$

As expressões em parênteses são usadas como constantes (valores em psi).

As exigências do desenvolvimento de tensões para as cordoalhas protendidas são necessárias para fornecer uma integridade da ancoragem para a força aplicada ao membro. As provisões são baseadas nos testes executados com peças de concreto normalizados com cobrimento mínimo de 2 polegadas ( $\sim 5$  cm). Estes testes podem não representar o comportamento de cordoalhas em concretos com baixo fator água-cimento e slump zero. Os métodos de fabricação asseguram o



concreto em torno da cordoalha com completo contato com o aço.

O primeiro termo na Eq. (3.14) representa o comprimento de transferência da cordoalha, isto é, a distância sobre a qual a cordoalha deverá ancorar no concreto para desenvolver a protensão efetiva no aço de protensão. O segundo termo representa o comprimento adicional no qual a cordoalha deverá ancorar aquela tensão na armadura de protensão devido ao carregamento que poderá ser aplicado na peça.

A aderência da cordoalha é uma função de um número de fatores, incluindo a configuração e condições da superfície do aço, a tensão no aço, a espessura de concreto abaixo da cordoalha, e o método usado para transferir a força da cordoalha para o concreto. Para a aplicação da ancoragem, os procedimentos de garantia devem ser usados para confirmar que a cordoalha é capaz de ancorar adequadamente. O fabricante de peças de concreto pré-moldado pode confiar na certificação do fabricante da cordoalha que tem as características de ancoragem da cordoalha de acordo com esta seção. Cordoalhas com superfícies ligeiramente oxidadas podem ter um apreciável comprimento mais curto do que uma cordoalha limpa. Uma liberação gradual da cordoalha pode permitir um comprimento de transferência menor do que um corte abrupto da armadura.

As indicações apresentadas aqui não são aplicadas aos fios planos ou ancoragem final de cabos. O comprimento para fios lisos pode ser considerado maior devido à ausência de mecanismos de travamento. A falha na aderência na flexão ocorreria com fio liso quando o primeiro deslizamento acontecesse.

Ancoragem menor que  $l_d$  será permitida em uma seção da peça desde que o projeto da tensão da cordoalha nessa seção não exceda valores obtidos na relação bi-linear definida pela Eq. (3.14).

A Figura 3-3 mostra a relação entre a tensão na armadura e a distância na qual a cordoalha é ancorada no concreto representada pela Eq. (3.14). Esta variação idealizada da tensão na cordoalha pode ser usada para a análise de seções dentro da região de ancoragem. A expressão para o comprimento de transferência, e para o comprimento adicional de ancoragem necessário para o incremento de tensão, são baseadas em teste de peças protendidas com cordoalhas de diâmetro de 1/4, 3/8, e 1/2 polegada para qual o máximo valor de 275 klb/pol<sup>2</sup> (~1896 MPa).

Pode-se limitar a investigação à seção transversal mais próxima da extremidade da peça. Isto é requerido para ancorar a força total de projeto sob cargas especificadas, exceto quando a ancoragem de uma ou mais cordoalhas não chega até o final da peça, ou quando forças concentradas são aplicadas dentro do comprimento de transferência da cordoalha.

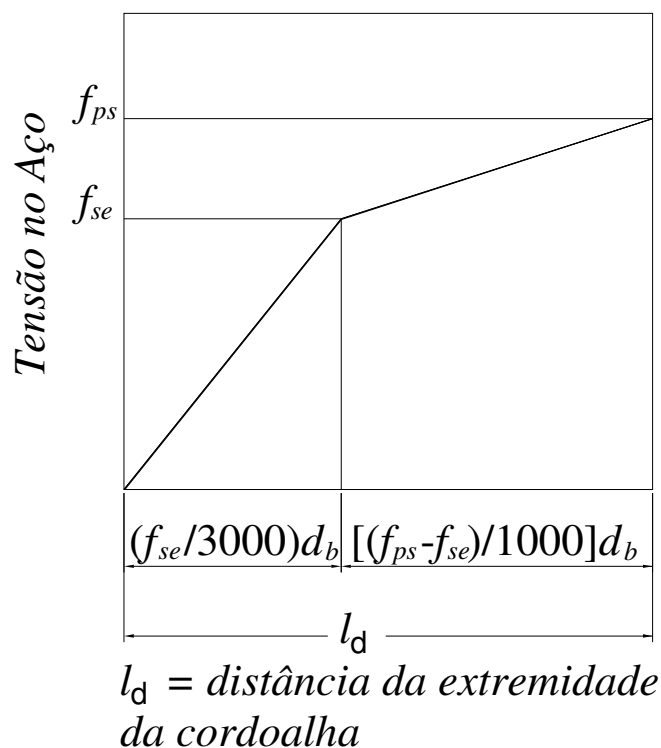


Figura 3-3 - Relação bi-linear idealizada entre a tensão no aço e a distância entre a extremidade livre da cordoalha (adaptado de ACI 318: 2005)

### 3.4 Segundo LEONHARDT (1983)

LEONHARDT (1983) define o processo de ancoragem por aderência da seguinte forma (Figura 3-4 e Figura 3-5): “a tensão na armadura  $\sigma_{zvo}$  produzida pela protensão deve ser absorvida dentro do trecho da extremidade do fio. Para tanto, o fio e suas nervuras se apóiam no concreto. A força de protensão é transferida para o concreto por meio das trajetórias de compressão, as quais se iniciam com uma certa inclinação e depois se desenvolvem com uma certa curvatura. A curvatura das trajetórias de compressão originam uma tração transversal espacial, isto é, em todas as direções radiais em torno da armadura de protensão surgem estas forças de tração transversais (também denominadas de fendilhamento). No caso de forças relativamente elevadas e localizadas, é necessário, em geral, adotar uma armadura transversal para absorver estas forças, de preferência na forma de espiral cintando a região de ancoragem”.

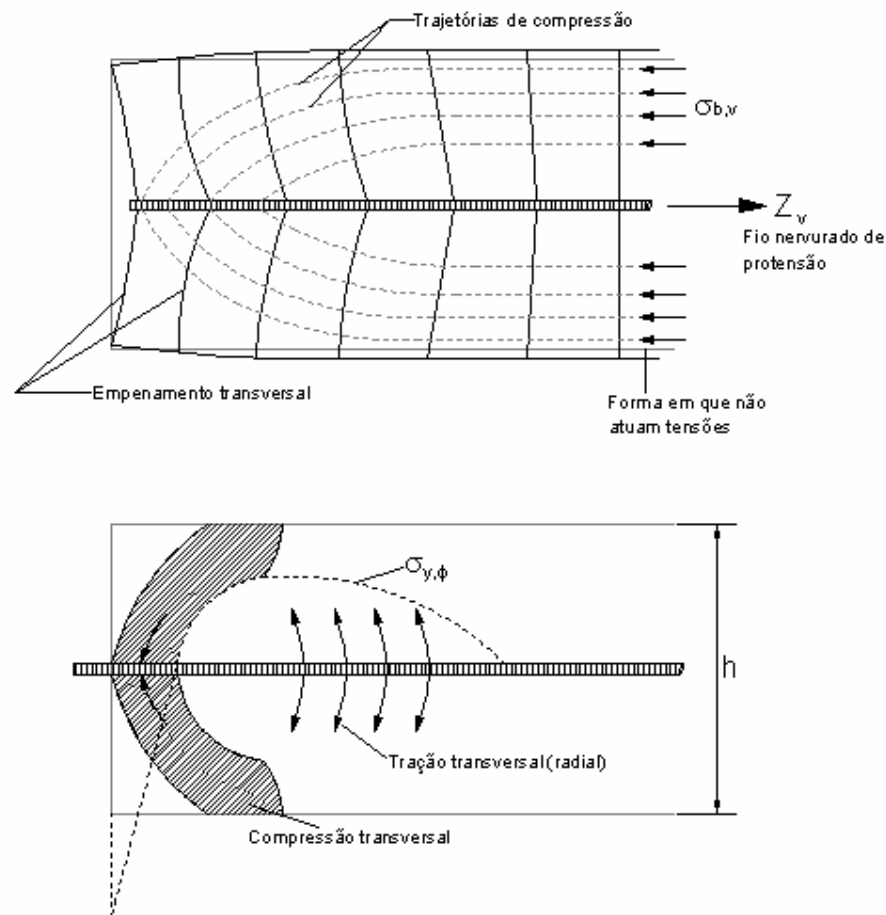


Figura 3-4 - Desenvolvimento das tensões (adaptado de LEONHARDT (1983))

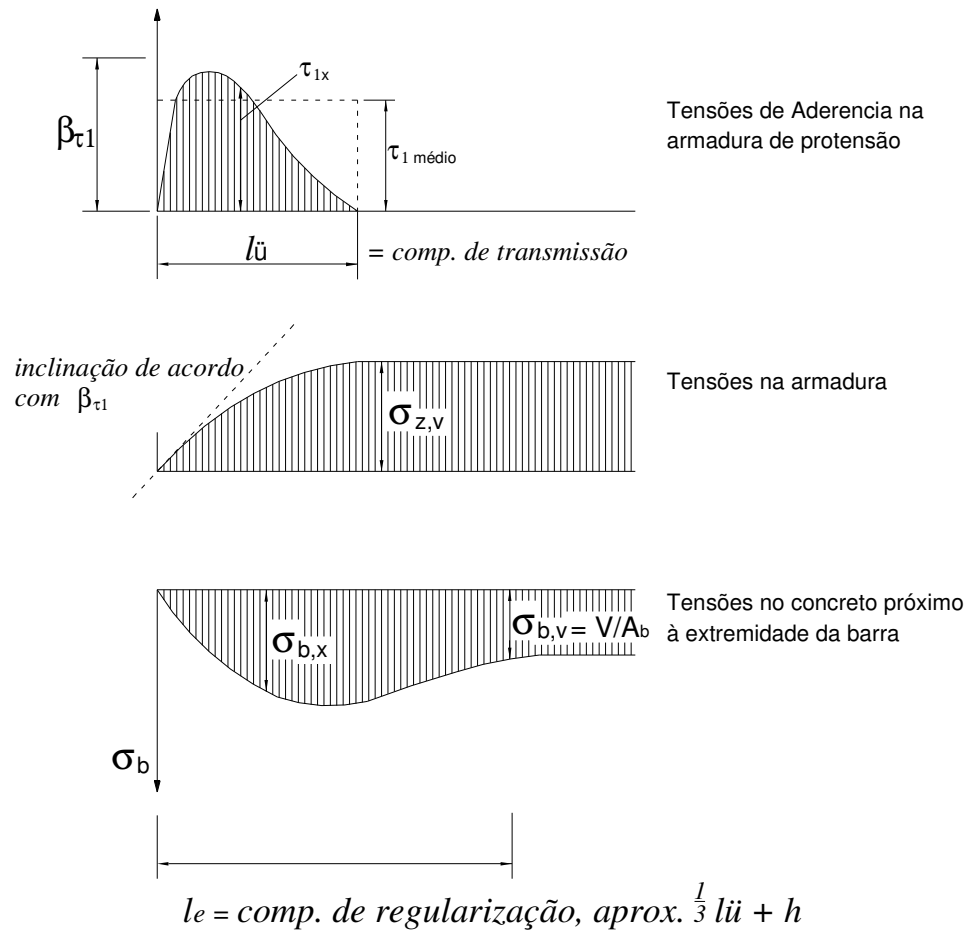


Figura 3-5 - Comprimento de transmissão e comprimento de regularização em uma ancoragem por aderência de um fio pré-tracionado, protensão com aderência inicial (adaptado de LEONHARDT (1983))

Ainda de acordo com LEONHARDT (1983), para que o valor da tensão na extremidade do fio seja igual a zero, é necessário um comprimento de transmissão  $l_{\ddot{u}}$  para absorver as forças de protensão. Este comprimento é definido pela Eq. (3.15).

$$l_{\ddot{u}} = k_1 \cdot d_z \quad (3.15)$$

onde:

$k_1$  é o coeficiente de aderência definido no certificado de licenciamento do aço em questão;

$d_z$  é o diâmetro do fio de protensão.

É válido lembrar que os critérios definidos por LEONHARDT (1983) estão associados às normas alemãs. Isto é o caso do coeficiente de aderência  $k_1$ , que nas normas brasileiras não é citado diretamente.

Para que a força de protensão atinja uma distribuição retilínea nas tensões no concreto  $\sigma_{b,v}$ , é necessário um comprimento de regularização. A norma DIN 4227, supondo que o centro de gravidade da força de transmissão esteja situado aproximadamente no terço exterior do comprimento de transmissão, estabelece a Eq. (3.16) para o cálculo do comprimento de regularização.

$$l_e = \sqrt{s^2 + (0,6l_{ii})^2} \geq l_{ii} \quad (3.16)$$

onde:

$s$  é um valor que depende da largura e da altura do bloco de concreto (pode-se supor aproximadamente  $s = b$  e  $s = h$ ). Onde  $b$  e  $h$  são a largura e altura da peça, respectivamente.

Na produção de peças pré-fabricadas em pistas de protensão, a ancoragem por aderência geralmente é disposta junto ao banzo inferior. Então, LEONHARDT (1983) alerta que o critério da DIN 4227 para o cálculo do comprimento de regularização não está inteiramente correto. Para o caso é mais coerente adotar o valor estabelecido por PLÄHN e KRÖLL apud LEONHARDT (1983):

$$l_e = h \left[ 1 + 0,15 \cdot \left( \frac{l_{ii}}{h} \right)^2 \right] \quad (3.17)$$

O comprimento de ancoragem, neste trabalho, foi utilizado somente para a verificação das seções da peça que podem ser consideradas regiões contínuas.

## 4 *Perdas de Protensão*

As perdas de protensão nas lajes alveolares, peças pré-tracionadas, são divididas em perdas imediatas, devido à relaxação da armadura na pista de protensão e o encurtamento elástico do concreto, e perdas progressivas, decorrentes da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão. Existem ainda perdas imediatas devido à acomodação das ancoragens, com valores muito pequenos, visto os comprimentos das pistas de protensão.

### 4.1 Perdas imediatas

As perdas imediatas ocorridas no caso de pré-tração ocorrem devido à relaxação dos fios ou cordoalhas na pista de protensão e a aplicação da protensão ao concreto. As perdas imediatas de protensão devido à relaxação do aço ocorrem na aplicação da protensão nos fios ou cordoalhas. A relaxação é o fenômeno responsável pela perda de protensão ao longo do tempo sob deformação constante. Portanto, os cálculos das perdas imediatas e também das perdas progressivas deverão considerar as perdas por relaxação da armadura. A relaxação que acontece na pista de protensão é denominada relaxação pura, pois independe de outros fatores. A relaxação presente nas perdas progressivas é denominada relaxação aparente, visto que esta depende de outros fenômenos, como a fluência e a retração.

A perda devido à relaxação pode ser representada pela Eq. (4.1).

$$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0) = \psi(t, t_0) \cdot \sigma_{pi} \quad (4.1)$$

onde:

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$  é a perda por relaxação pura sob deformação constante até o instante  $t$  considerado;

$\psi(t, t_0)$  é o coeficiente de relaxação do aço, para o período considerado  $(t, t_0)$ ;

$\sigma_{pi}$  é a tensão na armadura no instante de estiramento.

A NBR 6118:2003 oferece valores médios de relaxação (Tabela 8.3 da norma), medidos após 1000 h à temperatura constante de 20° C, para as perdas de tensão referidas a valores básicos da tensão inicial de 50% a 80% da resistência característica do aço. Esta norma ainda apresenta a Eq. (4.2) para tempos diferentes de 1000 h, sempre a 20° C e para um nível de protensão testado.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \cdot \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (4.2)$$

VASCONCELOS (1980) apresenta a Eq. (4.3) para o cálculo do coeficiente de relaxação. Esta equação representa uma parábola num gráfico de  $\psi$  em função da relação  $\sigma_{po} / f_{ptk}$  que passa por três pontos conhecidos (Figura 4-1). É válido lembrar que a Eq. (4.3) é adequada para qualquer nível de protensão dentro da faixa estabelecida.

$$\psi(t, t_0) = a \left( \frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} \right)^2 + b \left( \frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} \right) + c \quad (4.3)$$

onde

$\sigma_{po}$  representa a tensão inicial de protensão;

$$a = 50\psi_{60} - 100\psi_{70} + 50\psi_{80}$$

$$b = -75\psi_{60} - 140\psi_{70} - 65\psi_{80}$$

$$c = 28\psi_{60} - 48\psi_{70} + 21\psi_{80}$$

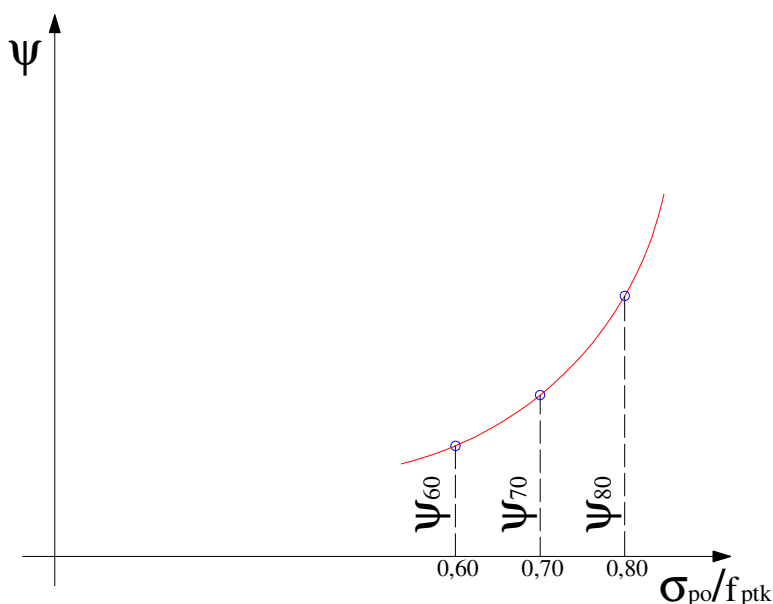


Figura 4-1 - Gráfico do coeficiente de relaxação do aço em função da relação entre a tensão inicial e a tensão de ruptura, adaptado de VASCONCELOS (1980)

Após a liberação das cordoalhas ou fios da cabeceira de protensão, estes tendem a voltar ao comprimento inicial, sendo impedidos pela aderência do concreto já endurecido. Deste modo, ocorre a transferência de esforços do aço para o concreto, provocando neste um encurtamento inicial. Conseqüentemente, o comprimento da cordoalha também diminui, o que ocasiona uma perda imediata de protensão.

As perdas imediatas devido ao encurtamento elástico devem ser calculadas em regime elástico, considerando a seção transversal da peça homogeneizada e o módulo de elasticidade apropriado à data de protensão, corrigido, se houver cura térmica.

Abaixo será descrito um roteiro sugerido por LORIGGIO (2006) para o cálculo das tensões na armadura e no concreto imediatamente após a liberação dos cabos.

A Figura 4-2 apresenta o processo de liberação da armadura para o caso de protensão excêntrica, onde ocorrem as perdas de protensão imediatas. A força  $P_i$  é a força inicial de protensão (atuante no concreto, portanto negativa) e a força  $P_0$  é a força de protensão após a liberação dos cabos.



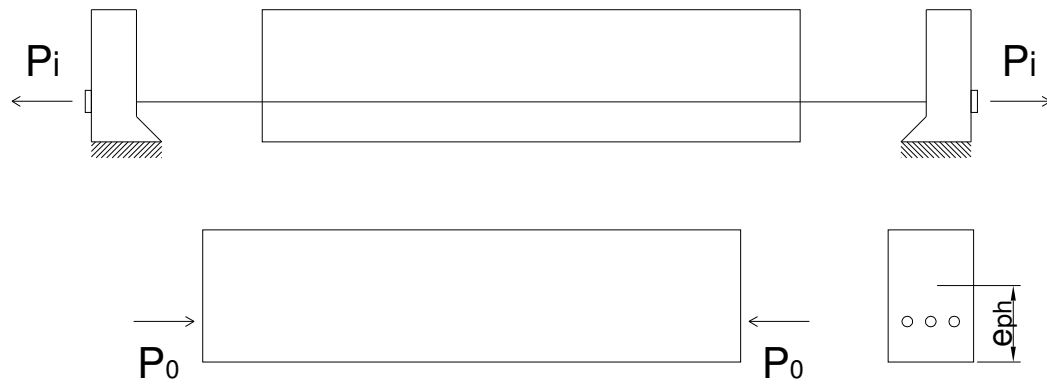


Figura 4-2 - Processo de liberação da armadura

Para a dedução das equações em uma seção homogeneizada, será adotada inicialmente uma protensão centrada (ao invés de protensão excêntrica) como visto na Figura 4-3.

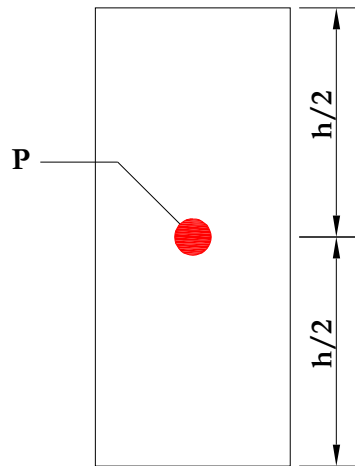


Figura 4-3 - Protensão Centrada

Então, com a protensão centrada, tem-se:

$$\sigma_{pi} = \frac{-P_i}{A_p} = \epsilon_{pi} \cdot E_p \quad (4.4)$$

onde:

$\sigma_{pi}$  é a tensão inicial na armadura de protensão;

$P_i$  é a força de protensão inicial;

$A_p$  é a área de aço de protensão;

$\varepsilon_{pi}$  é a deformação inicial da armadura de protensão;

$E_p$  é o módulo de elasticidade do aço de protensão.

Após a liberação dos cabos (ancoragem por aderência), a deformação do aço será alterada. O encurtamento do fio será igual ao do concreto.

$$\varepsilon_{pi} \rightarrow \varepsilon_{p0} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_{p0} = \varepsilon_{pi} + \varepsilon_{co} \quad (4.6)$$

onde:

$\varepsilon_{p0}$  é a deformação do aço de protensão após a liberação dos cabos;

$\varepsilon_{co}$  é a deformação do concreto na altura do centro de gravidade da armadura;

As tensões correspondentes às deformações da Eq. (4.6) são apresentadas nas equações (4.7), (4.8) e (4.9).

$$\sigma_{p0} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{pi} \quad (4.7)$$

$$\Delta\sigma_{pi} = E_s \cdot \Delta\varepsilon_s = E_s (-\varepsilon_{c0}) = E_s \cdot \frac{-\sigma_{c0}}{E_c} = -\alpha_e \cdot \sigma_{c0} \quad (4.8)$$

$$\therefore \sigma_{p0} = -\sigma_{pi} + \alpha_e \sigma_{c0} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{p0} = \frac{-P_0}{A_p} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{pi} = \frac{-P_i}{A_p} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{c0} = \frac{-P_0}{A_e} \quad (4.12)$$

onde:

$A_e$  é a área efetiva do concreto ou área líquida  $A_e = A_c - A_p$ ;

$$\alpha_e = E_s / E_c$$

Substituindo as equações (4.10) a (4.12) em (4.9), é obtida a relação (4.13), que ajustada resulta na Eq. (4.15).

$$\frac{-P_0}{A_p} = \frac{-P_i}{A_p} + \alpha_e \cdot \frac{P_0}{A_e} \quad (4.13)$$

$$\frac{P_i}{A_p} = \alpha_e \cdot \frac{P_0}{A_e} + \frac{P_0}{A_p} \quad (4.14)$$

$$P_i = \frac{\alpha_e P_0 A_p + P_0 A_e}{A_e} \quad (4.15)$$

$$\therefore P_i = P_0 \frac{A_h}{A_e} \quad (4.16)$$

$$P_0 = P_i \frac{A_e}{A_h} \quad (4.17)$$

$$\sigma_{c0} = \frac{P_0}{A_e} = \frac{P_i}{A_h} \quad (4.18)$$

onde:

$$A_h = \alpha_e A_p - A_e$$

$A_h$  é a área da seção homogeneizada;

As equações (4.16) e (4.17) relacionam a força de protensão inicial com a força de protensão após as perdas imediatas. A Eq. (4.18) apresenta a tensão constante no concreto.

Analogamente para os cabos excêntricos, obtém-se a Eq. (4.19).

$$\sigma_{c0} = P_i \left( \frac{1}{A_h} + \frac{e_{ph}^2}{I_h} \right) = P_0 \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_{pe}^2}{I_e} \right) \quad (4.19)$$

onde:

$e_{ph}$  é a excentricidade da armadura em relação ao centro de gravidade da seção homogeneizada;

$e_{pe}$  é a excentricidade da armadura em relação ao centro de gravidade da seção efetiva.

As tensões nas bordas das vigas são apresentadas nas equações (4.20) e (4.21). A Figura 4-4 apresenta as tensões citadas.

$$\sigma_1 = \frac{P_i}{A_h} + \frac{M_{pi} + M_g (+M_q)}{W_{1h}} = \frac{P_0}{A_e} + \frac{M_{p1}}{W_{1e}} + \frac{M_g (+M_q)}{W_{1h}} \quad (4.20)$$

$$\sigma_2 = \frac{P_i}{A_h} + \frac{M_{pi} + M_g (+M_q)}{W_{2h}} = \frac{P_0}{A_e} + \frac{M_{p1}}{W_{2e}} + \frac{M_g (+M_q)}{W_{2h}} \quad (4.21)$$

onde:

$$M_{pi} = P_i \cdot e_{ph} \quad (4.22)$$

$$M_{p0} = P_0 \cdot e_{pe} \quad (4.23)$$

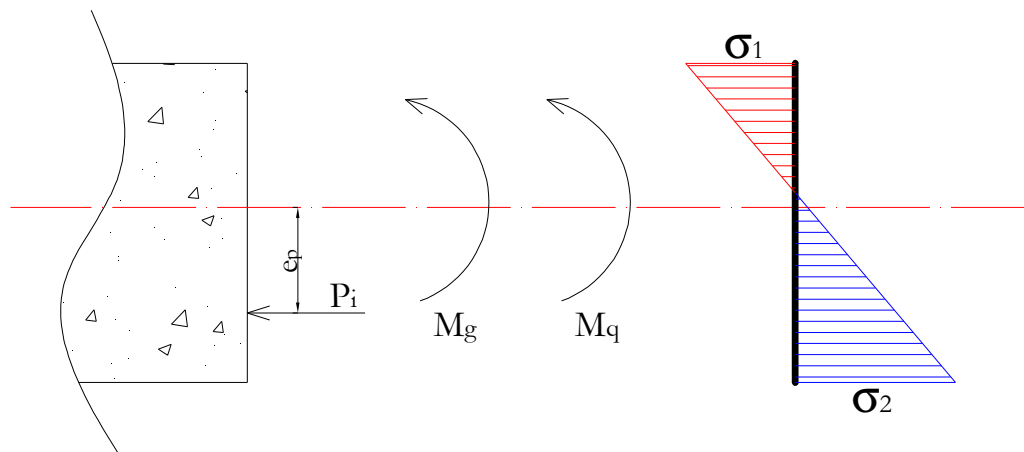


Figura 4-4 - Tensões devido ao carregamento externo e a protensão

## 4.2 Perdas progressivas

As perdas progressivas para a pré-tração são provenientes da retração e fluência do concreto e relaxação da armadura de protensão. Estas perdas são dadas em função do tempo, que para o caso usual de projeto é o tempo infinito. A fluência e a retração são fenômenos bastantes complexos influenciados por diversos fatores.

A fluência é o fenômeno responsável pelo aumento das deformações sob tensão constante ao longo do tempo. Pode-se admitir que a deformação devido à fluência seja dividida em: deformação rápida irreversível, que ocorre nas primeiras horas após o carregamento; e deformação lenta, que é subdividida em uma parcela irreversível e uma reversível. A Figura 4-5 apresenta um diagrama das parcelas da deformação por fluência.

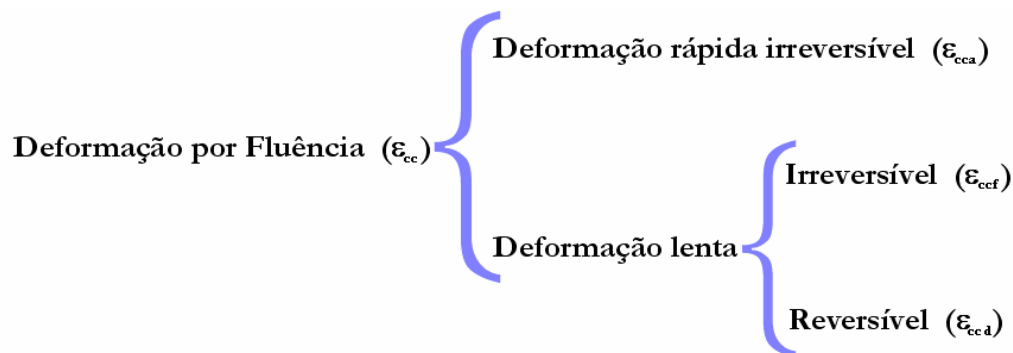


Figura 4-5 - Diagrama de Parcelas da Deformação por Fluência (adaptado de COUTO FILHO (2002))

Os valores das deformações por fluência são influenciados por condições externas ao concreto e pelas propriedades intrínsecas da mistura. Pode-se citar como condição externa: a idade de aplicação do carregamento, a umidade do ar, a geometria da peça, a temperatura ambiente e a variação de tensão. Dentre as propriedades intrínsecas da mistura pode-se mencionar: o teor de argamassa no concreto, o teor de agregado, o módulo de deformação do agregado, a porosidade do agregado, a relação água/cimento, o tipo de cimento, os aditivos e a resistência do concreto no momento de aplicação da carga.

O fenômeno da retração é caracterizado pela redução de volume de concreto devido à perda de água não fixada quimicamente. Este processo também ocorre ao longo do tempo e aparentemente parece estar mais relacionado à estrutura física dos compostos hidratados que formam a pasta de cimento. Alguns fatores que influenciam a retração podem ser citados, como: tipo de agregado, fator água/cimento, tamanho do agregado, aditivos, slump, idade do concreto, cura, umidade relativa do ar e geometria da peça.

Para o cálculo das deformações devido à fluência e retração, nos casos onde não é necessário grande precisão, a NBR 6118:2003 oferece valores finais do coeficiente de fluência e da deformação específica de retração do concreto, submetido a tensões menores que  $0,5 f_c$  (Resistência à compressão do concreto) quando do primeiro carregamento, podendo ser obtidos, por interpolação linear, a partir da Tab. 4.1 (Tabela 8.1 da norma).

Para os casos que necessitem de valores mais precisos das deformações específicas devidas à fluência e à retração, a NBR 6118:2003 oferece indicações de cálculo em seu Anexo A.

**Tab. 4.1 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência, adaptação da Tabela 8.1 da NBR 6118:2003**

Umidade Ambiente (%)		40%		55%		75%		90%		
Espessura Equivalente 2Ac/u (cm)		20	60	20	60	20	60	20	60	
$\varphi(t_0, t_\infty)$	$t_0$ (dias)	5	4,4	3,9	3,8	3,3	3,0	2,6	2,3	2,1
		30	3,0	2,9	2,6	2,5	2,0	2,0	1,6	1,6
		60	3,0	2,6	2,2	2,2	1,7	1,8	1,4	1,4
$\varepsilon(t_0, t_\infty)$ ‰	$t_0$ (dias)	5	-0,44	-0,39	-0,37	-0,33	-0,23	-0,21	-0,10	-0,09
		30	-0,37	-0,38	-0,31	-0,31	-0,20	-0,20	-0,09	-0,09
		60	-0,32	-0,36	-0,27	-0,30	-0,17	-0,19	-0,08	-0,09

Calculados os coeficientes de fluência e as deformações devido à retração, poderão ser calculadas as perdas progressivas de protensão. A NBR6118 oferece o processo aproximado e o processo simplificado para o cálculo das perdas progressivas. Além disto, cita o método geral de cálculo, para os casos onde as ações permanentes são aplicadas parceladamente em idades diferentes, e deverá considerar a fluência de cada uma das camadas de concreto e relaxação de cada cabo, separadamente.

#### 4.2.1 Processo simplificado para o caso de fases únicas de operação

A aplicação deste processo, segundo a NBR6118: 2003, é realizada quando as seguintes condições são atendidas:

- Existe aderência perfeita entre o concreto e a armadura ativa;
- A peça permanece no estágio I;

- A concretagem da peça, e a execução da protensão, acontecem em fases suficientemente próximas uma da outra, permitindo desprezar os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;
- O espaçamento entre as cordoalhas, ou fios, são suficientemente pequenos em relação à altura da peça, permitindo que se considere uma única cordoalha, ou fio, na posição da resultante dos esforços destas, com área da seção transversal igual a soma das áreas de todas as cordoalhas ou fios.

Estas condições são satisfatoriamente aceitas para o caso de pré-tração com protensão inferior e, portanto, pode ser calcula com a Eq. (4.24), que é recomendado pela NBR6118 no item 9.6.3.4.2.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c.p0g} - \sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p} \quad (4.24)$$

onde:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)]$$

$$\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$$

$$\eta = 1 + ep^2(A_c / I_c)$$

$$\rho_p = (A_p / A_c)$$

$$\alpha_p = E_p / E_{ci28}$$

onde:

$\sigma_{c.p0g}$  é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , sendo positiva se de compressão;

$\varphi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$  para protensão e carga permanente, aplicadas no instante  $t_0$ ;

$\chi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do aço;



$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  é a retração no instante  $t$ ;

$\psi(t, t_0)$  é o coeficiente de relaxação do aço no instante  $t$  para protensão e carga permanente, aplicadas no instante  $t_0$ ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$  é a variação da tensão no aço de protensão entre  $t_0$  e  $t$ .

$\rho_p$  é a taxa geométrica da armadura de protensão;

A limitação principal deste processo está na consideração do cabo equivalente, o que não permite sua aplicação em estruturas que apresentam cabos muito espaçados ou com comportamentos diferentes.

#### 4.2.2 Processo aproximado (NBR6118: 2003)

O processo aproximado pode substituir o processo simplificado, desde que respeite todas as mesmas condições necessárias para aplicação do processo e a retração não difira em mais de 25% de  $[-8 \times 10^{-5} \varphi(\infty, t_0)]$ .

Com a utilização de recursos computacionais, a aplicação deste processo não é mais aconselhável, visto a facilidade de implementação computacional dos outros processos citados neste texto e os resultados mais precisos alcançados com estes.

O valor da perda de protensão progressiva pelo processo aproximado é dado por:

a) **Para aços de relaxação normal (RN) (valor em porcentagem):**

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 18,1 + \frac{\alpha_p}{47} [\varphi(t_\infty, t_0)]^{1,57} (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (4.25)$$

b) Para aços de relaxação baixa (RB) (valor em porcentagem):

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} [\varphi(t_\infty, t_0)]^{1,07} (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (4.26)$$

onde:

$\sigma_{p0}$  é a tensão na armadura de protensão devida exclusivamente à força de protensão, no instante  $t_0$ .

#### 4.2.3 Método dos prismas equivalentes (método geral de cálculo)

O método dos prismas equivalentes permite considerar, facilmente, a fluência de cada uma das camadas de concreto e relaxação de cada cabo, separadamente. Em SILVA et al (2001) é demonstrado este método e será transcrito resumidamente a seguir.

O método dos prismas equivalentes poderá ser aplicado a uma seção sujeita à flexão composta, considerando-se válida a hipótese de NAVIER-BERNOULLI, onde o diagrama de tensões normais pode ser definido através de dois pontos, que correspondem aos pontos conjugados da seção. Estes pontos de áreas equivalentes  $A_1$  e  $A_2$  estão posicionados em relação ao centro de gravidade de modo que  $y_1 \cdot y_2 = -(i^2)$ , equivalentes à seção transversal homogênea de área  $A_c$  e momento de inércia  $I$ , sendo  $i$  o raio de giração. A soma das áreas equivalentes  $A_1$  e  $A_2$  resulta na área de concreto bruto  $A_c$ .

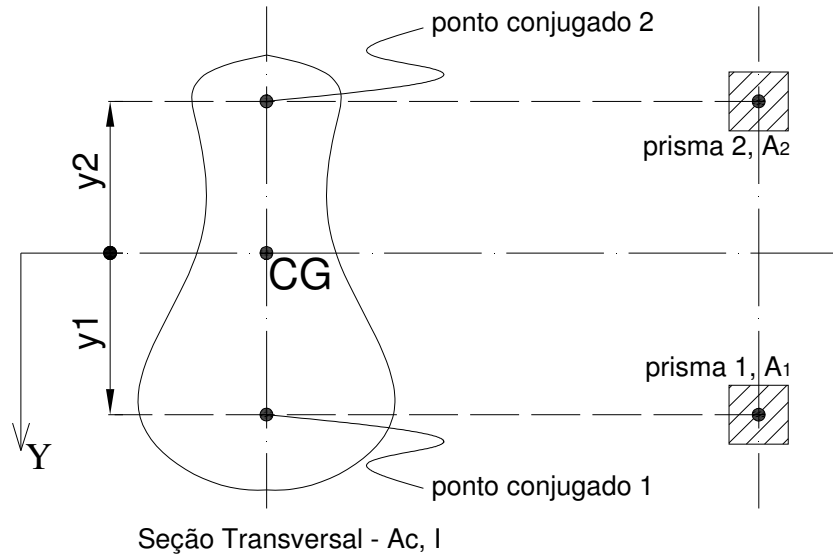


Figura 4-6 - Prismas Equivalentes (adaptado de SILVA et al (2001))

Para o método são definidas três propriedades básicas:

- a) **Propriedade 1:** uma força normal  $N_1$  que atua no ponto conjugado 1 não produz tensão no ponto conjugado 2, e uma força normal  $N_2$  atuando no ponto conjugado 2 não irá produzir tensão no ponto conjugado 1;

$$\sigma_1 = \frac{N_2}{A_c} + \frac{N_2 \cdot y_2}{I} \cdot y_1 = \frac{N_2}{A_c} - \frac{N_2 \cdot i^2}{I} = \frac{N_2}{A_c} - \frac{N_2 \cdot I}{I \cdot A_c} = 0 \quad (4.27)$$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A_c} + \frac{N_1 \cdot y_1}{I} \cdot y_2 = \frac{N_1}{A_c} - \frac{N_1 \cdot i^2}{I} = \frac{N_1}{A_c} - \frac{N_1 \cdot I}{I \cdot A_c} = 0. \quad (4.28)$$

Para a determinação da tensão no ponto conjugado 1 devido à força normal  $N_1$  atuando neste ponto, basta efetuar a divisão de  $N_1$  pela área ponderada  $A_1$ .

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_c} + \frac{N_1 \cdot y_1}{I} \cdot y_1 = N_1 \cdot \left( \frac{1}{A_c} - \frac{y_1 \cdot y_1}{A_c \cdot y_1 \cdot y_2} \right) = \frac{N_1}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{y_1}{y_2} \right) = \frac{N_1}{A_c} \cdot \left( \frac{y_2 - y_1}{y_2} \right) \quad (4.29)$$

A área ponderada do prisma 1 pode ser dada por:

$$A_1 = A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y} \quad (4.30)$$

de onde se tem:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_c} \quad (4.31)$$

Análogo para o ponto conjugado 2, tem-se:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_c} + \frac{N_2 \cdot y_2}{I} \cdot y_2 = N_2 \cdot \left( \frac{1}{A_c} - \frac{y_2 \cdot y_2}{A_c \cdot y_1 \cdot y_2} \right) = \frac{N_2}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{y_2}{y_1} \right) = \frac{N_1}{A_c} \cdot \left( \frac{y_1 - y_2}{y_1} \right) \quad (4.32)$$

onde:

$$A_2 = A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y} \quad (4.33)$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_c} \quad (4.34)$$

- b) **Propriedade 2:** uma força normal N atuando no centro de gravidade do elemento estrutural deve ser dividida conforme os braços de alavanca em relação aos pontos conjugados.

$$\sigma_1 = \frac{N}{A_c} = \frac{N \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}} = \frac{N_1}{A_1} \quad (4.35)$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A_c} = \frac{N \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}} = \frac{N_2}{A_2} \quad (4.36)$$

- c) **Propriedade 3:** para o cálculo das tensões normais provocadas por um momento fletor M aplicado à seção, basta determinar o binário correspondente ao braço de alavanca  $z = y_1 - y_2$ .

$$\sigma_1 = \frac{M}{I} \cdot y_1 = \frac{M}{-A_c \cdot y_2} = \frac{\frac{M}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{-y_2}{y_1 - y_2}} = \frac{\frac{M}{z}}{A_1} = \frac{N_1}{A_1} \quad (4.37)$$

$$\sigma_2 = \frac{M}{I} \cdot y_2 = \frac{M}{-A_c \cdot y_1} = \frac{\frac{M}{y_1 - y_2}}{A_c \cdot \frac{y_1}{y_1 - y_2}} = \frac{-\frac{M}{z}}{A_2} = \frac{N_2}{A_2} \quad (4.38)$$

Uma seção composta, formada por elementos com concretos de diferentes idades, depois de garantida a continuidade estrutural, sofrerá uma redistribuição de tensões ao longo do tempo devido à retração diferenciada e deformações lentas dos concretos e das armaduras.

Para o cálculo da redistribuição de tensões normais pode-se aplicar o método dos prismas equivalentes. Neste caso, cada peça de concreto é substituída por um par de prismas que serão posicionados simetricamente em relação ao centro de gravidade da seção da peça, conforme os já citados pontos conjugados. Cada camada de armadura constitui um prisma. Desta forma, a redistribuição de tensões pode ser obtida pelas variações das forças normais  $X_i$  correspondentes aos prismas.

A Figura 4-7 apresenta a etapa de substituição do concreto e das camadas de armaduras por prismas equivalentes e também apresenta o diagrama de tensões finais, que é o resultado da soma das tensões iniciais com as tensões devido à fluência e retração (correspondentes às forças normais  $X_i$ ).

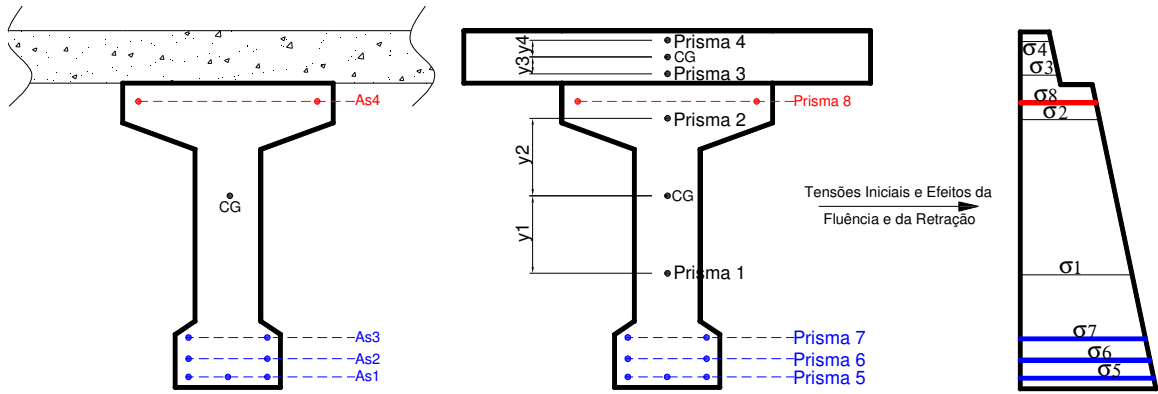


Figura 4-7 - Prismas equivalentes aplicados à redistribuição de esforços

Para cada prisma, será avaliada a variação da deformação devido à retração e à fluência (Eq. (4.39)).

$$\Delta \varepsilon_i = \frac{\sigma_{oi}}{E_i} \cdot \phi_i + \frac{X_i}{E_i \cdot A_i} \cdot q_i + \varepsilon_{csi} \quad (4.39)$$

onde:

$$\Delta \varepsilon_i = \varepsilon_i(t) - \frac{\sigma_{oi}}{E_i}$$

$$\phi_i = \phi_i(t, t_{oi})$$

$$\sigma_i(t) - \sigma_{oi} = \frac{X_i}{A_i}$$

$$q_i = 1 + k \cdot \phi_i(t, t_{oi}).$$

É válido lembrar que para as armaduras, o coeficiente de fluência  $[\phi]$  é substituído pelo coeficiente de fluência equivalente de armaduras  $[\chi]$ , e de acordo com a NBR 6118:2003:  $\chi = -\ln[1 - \psi(t, t_o)]$ .

Com a hipótese de NAVIER-BERNOULLI (manutenção da seção plana), as deformações nos pontos i devem obedecer a equação de uma reta:  $\Delta \varepsilon_i = A + B \cdot z_i$ ,

$$\frac{\sigma_{oi}}{E_i} \cdot \phi_i + \frac{X_i}{E_i \cdot A_i} \cdot q_i + \varepsilon_{csi} = A + B \cdot z_i \quad (4.40)$$

$$X_i = \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot (A + B \cdot z_i) - \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \phi_i}{q_i} - \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \quad (4.41)$$

Utilizando as equações de equilíbrio na seção para determinação dos coeficientes da reta, tem-se o equilíbrio de forças horizontais:

$$\sum_i X_i = 0$$

$$A \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} + B \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i - \sum_i \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \phi_i}{q_i} - \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} = 0 \quad (4.42)$$

Adotando-se para origem das distâncias  $z$ , o centro de gravidade da grandeza  $\left( \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right)$ , tem-se  $\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} = 0$ . Logo,

$$A = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \phi_i}{q_i} + \sum_i \frac{\varepsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i}}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i}} \quad (4.43)$$

No equilíbrio dos momentos em relação a um pólo, escolhido como o centro de gravidade da grandeza  $\left( \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \right)$ , tem-se  $\sum_i X_i \cdot z_i = 0$ ,

$$A \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i + B \cdot \sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2 - \sum_i \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \phi_i}{q_i} \cdot z_i - \sum_i \frac{\epsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i = 0 \quad (4.44)$$

$$B = \frac{\sum_i \frac{\sigma_{oi} \cdot A_i \cdot \phi_i}{q_i} \cdot z_i + \sum_i \frac{\epsilon_{csi} \cdot E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i}{\sum_i \frac{E_i \cdot A_i}{q_i} \cdot z_i^2} \quad (4.45)$$

Assim são obtidos os coeficientes da reta que definem a deformada da seção devido à retração e deformação lenta do concreto e a relaxação do aço. Com estes coeficientes é possível montar a redistribuição de tensões e calcular as perdas progressivas nas armaduras.



## 5 *Implementações Computacionais*

Para o estudo das lajes alveolares será utilizado o programa PROTENLAJE, desenvolvido no período de dissertação em linguagem Visual Basic. Este programa empregou, além das rotinas desenvolvidas na dissertação, rotinas dos trabalhos de MOURA (2004), MOMM (2004) e ARAUJO (2005).

Em síntese, o programa faz a análise, dimensiona, detalha e verifica estruturas protendidas (vigas ou lajes bi-apoiadas) submetidas à cargas verticais. Estes procedimentos são os principais em um projeto de lajes (ou vigas) protendidas. Devido a NBR 6118:2003 apresentar fórmulas com unidades, todo o programa foi construído nas unidades kN e m. Nos próximos subitens serão explicadas todas as etapas do programa.

### 5.1 Dados de entrada

A entrada de dados do programa deve ser feita através de arquivos textos com extensão PTD. Com este arquivo, o usuário informará ao programa os trinta e nove dados necessários para o processamento da estrutura. Caso o modelo do arquivo texto não esteja no formato correto em algum ponto, o software interpretará o arquivo como erro na entrada de dados. Este procedimento evita a entrada incorreta de dados no programa, o que poderia acarretar em uma análise incorreta da estrutura. Todos os dados são identificados com o devido título, que fornece as opções disponíveis para cada caso. O Quadro 5-1 apresenta as variáveis do arquivo de entrada.

Quadro 5-1 - Variáveis do arquivo de entrada

Títulos do Arquivo de Entrada	
Comprimento(m)	Excentricidade da Armadura Inferior (m)
Tipo de Seção (Retangular ou Seção T)	Excentricidade da Armadura Superior (m)
Momento de Inércia (m <sup>4</sup> )	Relação entre a Protensão Superior e Inferior
Momento Resistente Superior (m <sup>3</sup> )	Umidade do ar (%)
Momento Resistente Inferior (m <sup>3</sup> )	Perímetro em contato com o ar (m)
Ac (m <sup>2</sup> )	Abatimento do Tronco de Cone (cm)
Numero de Seções	Tipo de Cimento (CP1 CP2 CP3 CP4 CP5)
Altura(m)	Liberação do dispositivo de tração no ato de protensão
g1 (kN/m)	Instante de aplicação do carregamento (dias)
g2 (kN/m)	Número de faixas para o cálculo do $M \times 1/r$
q (kN/m)	Número de trapézios na seção
Coeficientes de Ponderação (Gamag1 Gamag2 Gamaq)	Base superior e inferior de cada trapézio
fck (MPa)	Altura de cada trapézio
Tempo de Protensão (dias)	Distância da base da seção até o topo de cada trapézio
Perda Imediata	Distância em x do vértice superior esquerdo até o vértice inferior esquerdo
Perda Progressiva	Coeficiente de ponderação para resistência do concreto
Coeficiente de Ponderação (Psi1)	Coeficiente de ponderação para resistência do aço
Coeficiente de Ponderação (Psi2)	Coeficiente de ponderação para carga de longa duração
Tipo de Protensão (completa ou limitada)	Comprimento de apoio (apoio 1 e apoio 2 em metros)
Posição Centro de Gravidade (relativo à base inferior)	-

Após a escolha e leitura do arquivo texto, o programa apresenta os dados lidos em um formulário com uma caixa de texto (Figura 5-2), onde o usuário poderá conferir os dados digitados no arquivo texto e efetuar eventuais alterações.

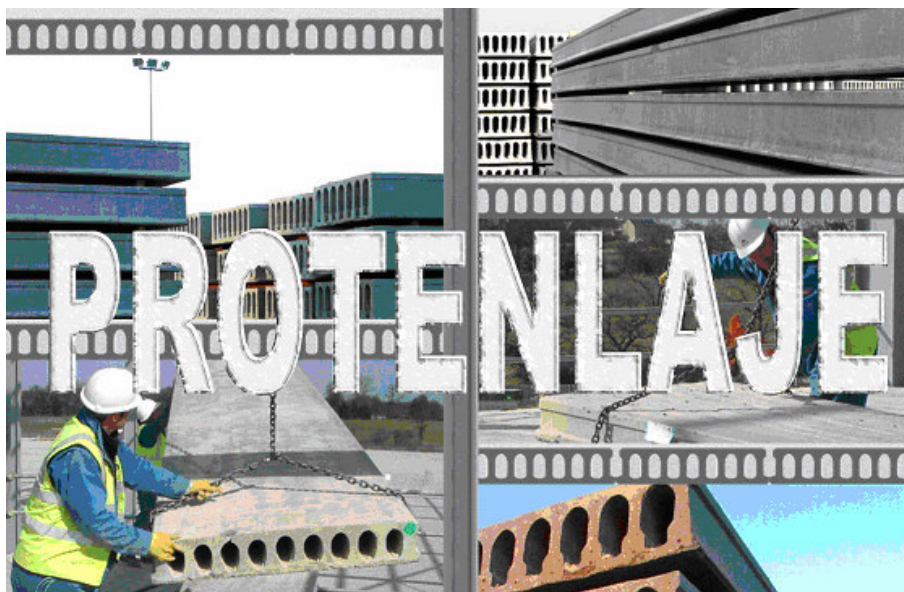


Figura 5-1 - Formulário inicial do programa

Listagem dos Dados

Dados de Entrada

Geometria da Seção = T

Inercia da Seção Transversal ( $m^4$ ) = 0,009595

Módulo Resistente Superior  $W_s$  ( $m^3$ ) = 0,02653

Módulo Resistente Inferior  $W_i$  ( $m^3$ ) = -0,02837

Área de Concreto  $A_c$  ( $m^2$ ) = 0,157

Altura  $H$  (m) = 0,7

Peso Próprio  $g_1$  (KN/m) = 3,93

Peso Próprio  $g_2$  (KN/m) = 34,31

Carga Acidental  $q$  (KN/m) = 37,5

Coefficiente de Ponderação  $\gamma_{mag1}$  = 1,4

Coefficiente de Ponderação  $\gamma_{mag2}$  = 1,4

Coefficiente de Ponderação  $\gamma_{maq}$  = 1,4

Resistência do Concreto  $f_{ck}$  (MPa) = 40

Tempo de protensão (dias) = 1

Perda Imediata (%) = 0

Perda Progressiva (%) = 30

Coefficiente  $\psi_1$  = 0,4

Coefficiente  $\psi_2$  = 0,3

Tipo de Protensão = completa

Número de Seções = 7

Altura do Centro de Gravidade  $Y_{cg}$  = 0,3382

Processar

Voltar

Sair

Figura 5-2 - Formulário de listagem de dados de entrada

## 5.2 Tensões admissíveis no concreto

Com os dados de entrada já é possível calcular as tensões admissíveis no concreto, que serão utilizadas em várias partes do programa. Todos os cálculos foram agrupados em uma só rotina, que apresenta seis tipos de tensões limites:

- Resistência do concreto para J dias
- Tensão Admissível de Compressão para o Ato da Protensão
- Tensão Admissível de Tração para o Ato da Protensão
- Tensão Admissível para o Estado Limite de Compressão Excessiva
- Tensão Admissível para o Estado Limite de Descompressão
- Tensão Admissível para o Estado Limite de Fissuração

Os cálculos e definições das tensões admissíveis são apresentados no Capítulo 2.

## 5.3 Escolha do aço de protensão

O programa fornece ao usuário a escolha do tipo de aço por meio de um formulário (Figura 5-3) que contém os tipos de fios e cordoalhas disponibilizados nas normas NBR 07482:1991 e NBR 07483:2005, respectivamente.

O formulário ainda apresenta o número de fios (ou cordoalhas) necessários para a protensão estimada e diferença de área entre a área necessária e área adotada; assim o usuário pode facilmente identificar a solução mais econômica e adequada. O programa faz um pré-dimensionamento do aço de protensão para armadura dupla, em função da relação entre a área de aço da camada superior e a área de aço da camada inferior. Esta relação é informada nos dados de entrada e o cálculo da protensão necessária é apresentado no Capítulo 2.

O usuário do programa poderá adotar qualquer número de camadas e qualquer tipo de aço oferecido pelas normas supracitadas. Os dados de cada camada poderão ser editados por meio do formulário de edição do aço (Figura 5-4).

**Escolha de Fio ou Cordoalha**

Código	Designação	A Nom.(mm <sup>2</sup> )	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm <sup>2</sup> )	Núm.fios Inf	Delta I(mm <sup>2</sup> )
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	005	36,92	022	33,71
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	004	0,03	020	0,16
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	006	16,42	028	5,11
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	006	29,83	027	33,66
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	008	11,82	038	2,51
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	008	25,23	036	12,96
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	011	1,02	055	5,11
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	011	14,43	052	13,36
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	016	0,43	080	2,16
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	016	12,27	076	10,93
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	005	35,52	022	26,69
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	005	49,02	021	43,89
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	006	15,02	029	36,59
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	006	28,52	027	27,09
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	008	10,42	039	23,79
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	008	23,92	036	6,39
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	012	19,22	056	17,69
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	011	13,12	052	6,79
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	017	11,72	081	8,19
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	016	11,03	076	4,74

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm <sup>2</sup> )	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm <sup>2</sup> )	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm <sup>2</sup> )
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1500	004	54,29	016	46,64
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1600	002	31,29	009	55,54
023	CP-190 RB 15,2	143,4	1500	002	116,29	006	7,84
024	CP-210 RB 9,5	56,2	1600	003	14,33	014	15,44
025	CP-210 RB 12,7	100,9	1500	002	47,53	008	35,84
026	CP-210 RB 15,2	143,4	1600	002	132,53	006	89,04

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

**TIPO DE AÇO SUP.**  
☒ Fio liso  
☐ Fio Entalhado  
☐ Cordoalha

**TIPO DE AÇO INF.**  
☒ Fio liso  
☐ Fio Entalhado  
☐ Cordoalha

**AÇO MAIS ECONOMICO**  
 Código: **02**

**AÇO ADOTADO**  
 Código Sup: **02**  
 Código Inf: **02**

Protensão superior = -173,49 KN    Protensão inferior = -867,44 KN

**EDIÇÃO DE AÇO**  
 Número de Camadas: **02**

☒ Curvas Limites

Figura 5-3 - Formulário de escolha do aço de protensão

**Edição de Aço**

CP-150 RN 8    liso    01    CAMADA

☐ CP-160 RN 8    liso    20

**1**

Excentricidade  
 -0,2982 m

OBS.: Camada 1 é a camada inferior da entrada de dados e a camada 2 é a camada superior da entrada de dados.

Figura 5-4 - Formulário de edição do aço de protensão

## 5.4 Gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas

O gráfico do número de fios em cada seção transversal permite um pré-lançamento da armadura ativa pelo usuário do programa. Também permite ao usuário analisar a seção transversal da peça, visto que curva de máximo e mínimo muito perto pode significar que a seção apresenta pouca folga, podendo apresentar problemas no detalhamento da peça.

O número mínimo de cabos é calculado através da força de protensão estimada com as combinações de ações necessárias para cada caso. O número máximo de fios também é calculado através da força de protensão estimada, aplicada com os carregamentos atuantes no ato da protensão para a borda superior. O Capítulo 2 apresenta as informações teóricas sobre o gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas.

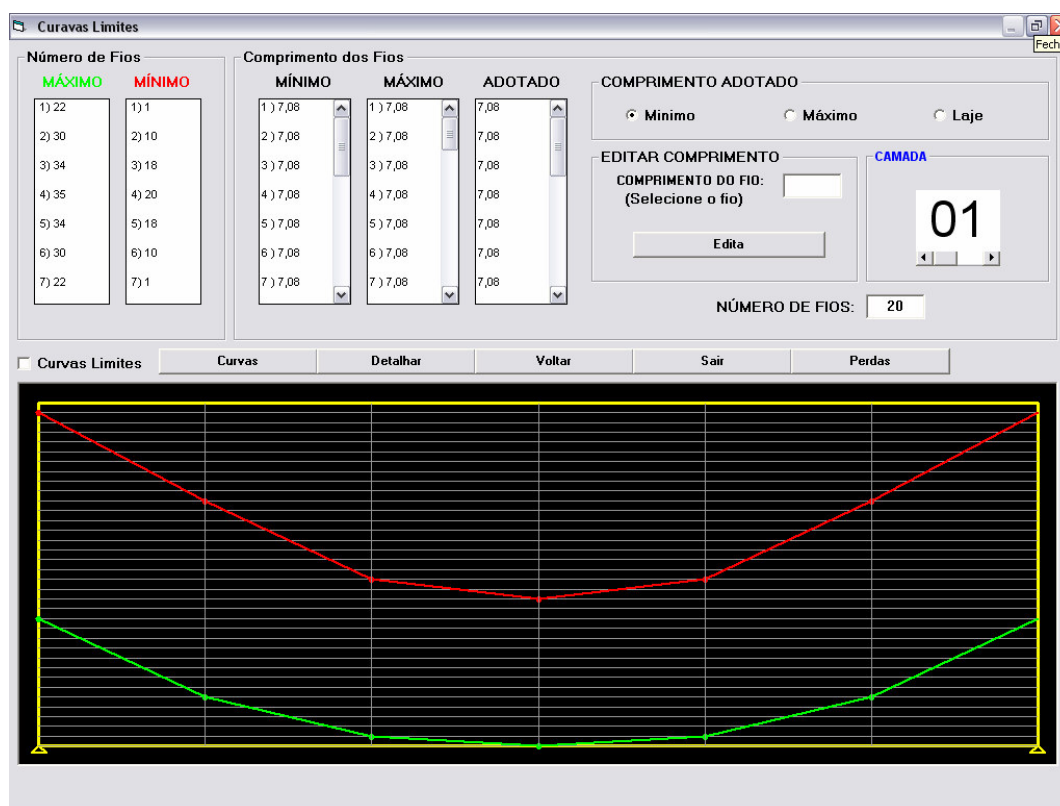


Figura 5-5 - Formulário para o gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas

A Figura 5-5 expõe o formulário onde são traçadas as curvas de mínimo e máximo de fios. As retas verticais traçadas em cinza representam as seções transversais analisadas e as retas

horizontais, os fios (ou cordoalhas) da camada em análise. A escala horizontal é propositalmente diferente da escala vertical. O gráfico é limitado ao número máximo de duas camadas.

## 5.5 Detalhamento dos fios ou cordoalhas

O detalhamento dos fios (ou cordoalhas) pode ser realizado de forma automática ou manual. O detalhamento automático apresenta três opções: detalhamento mínimo, detalhamento máximo e detalhamento laje. A opção “mínimo” detalha os fios (ou cordoalhas) acompanhando a curva do número mínimo de fios; analogamente a opção “máximo” acompanha a curva de máximo. A última opção, “laje”, detalha os fios em toda a extensão da viga, sendo uma boa opção para a produção em pistas de protensão.

Para o cálculo de cada comprimento foi desenvolvida uma rotina de interpolação linear que calcula o ponto de interseção do fio (ou cordoalha) com a curva requerida. A Figura 5-6 mostra os elementos utilizados para realizar a interpolação. Nesta figura pode-se observar que os pontos 1 e 2 apresentam coordenadas conhecidas, visto que estão sobre seções transversais. Então os comprimentos dos fios 1 e 3 são conhecidos. Já o comprimento do fio 2 terá de ser calculado através de uma interpolação linear que fornecerá as coordenadas do ponto de interseção, possibilitando assim calcular o comprimento do fio.

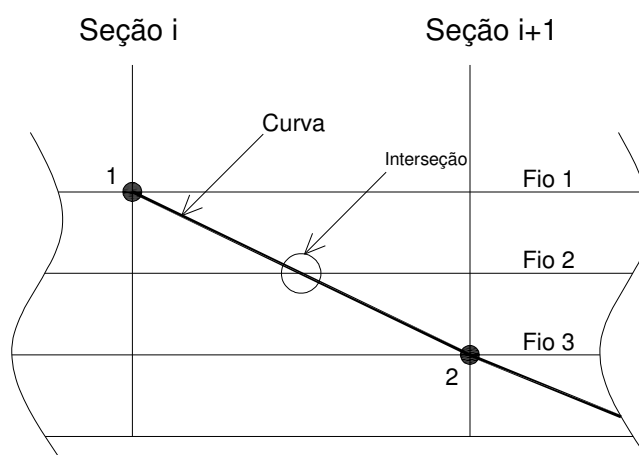


Figura 5-6 - Detalhe da Interpolação dos Fios

Após o corte das armaduras, estas tendem a recuperar a deformação elástica a que estão submetidas, então são impedidas pelo concreto endurecido, transmitindo assim a força de protensão. Para ocorrer a correta transferência de esforços do aço para o concreto deve-se calcular um comprimento de ancoragem. Então, logo após o cálculo do comprimento mínimo dos fios (ou cordoalhas) procede-se ao cálculo do comprimento de ancoragem necessário para fios ancorados no vão. O cálculo do comprimento de ancoragem é realizado pelo programa de acordo com a NBR6118 (apresentado no Capítulo 3).

O detalhamento máximo é análogo ao detalhamento mínimo, porém sua utilização auxiliará apenas na análise da seção transversal, uma vez que no detalhamento espera-se sempre encontrar uma solução econômica.

Curvas Limites

Número de Fios

MÁXIMO MÍNIMO

1) 17 1) 1  
2) 22 2) 8  
3) 25 3) 14  
4) 27 4) 16  
5) 25 5) 14  
6) 22 6) 8  
7) 17 7) 1

Comprimento dos Fios

MÍNIMO MÁXIMO ADOTADO

1) 7,08 1) 7,08 7,08  
2) 7,08 2) 7,08 7,08  
3) 7,08 3) 7,08 7,08  
4) 7,08 4) 7,08 7,08  
5) 7,08 5) 7,08 7,08  
6) 7,08 6) 7,08 7,08  
7) 7,08 7) 7,08 7,08

COMPRIMENTO ADOTADO

Minimo Máximo Laje

EDITAR COMPRIMENTO

COMPRIMENTO DO FIO:  
(Selecione o fio)

Edita

CAMADA

01

NÚMERO DE FIOS: 16

Curvas Limites Curvas Detalhar Voltar Sair Perdas

Figura 5-7 - Formulário de detalhamento de armaduras



## 5.6 Cálculo das perdas de protensão

Após o pré-dimensionamento da estrutura, em que as perdas são apenas estimadas, pode-se fazer o cálculo das perdas de protensão, que para este caso são perdas imediatas (devido ao encurtamento elástico e à relaxação da armadura na pista) e perdas progressivas, decorrentes da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão. As perdas progressivas são calculadas através do processo simplificado da NBR 6118:2003 ou pelo método dos Prismas Equivalentes, apresentados no Capítulo 4.

Os valores das perdas de protensão são analisados por meio de um formulário que apresenta todo o histórico de protensão da peça (Figura 5-8). O programa também fornece um gráfico das forças de protensão ao longo da peça, onde podem ser observadas as perdas de protensão (Figura 5-9).

Protensão $P_i$	Protensão $P_0$	Protensão $P_{\infty}$	Perdas Imediatas (%)	Perdas Progressivas (%)
<b>Camada 1</b>				
1) -245,0601	1) -237,3487	1) -198,8062	1) 3,146718	1) 16,23878
2) -245,0601	2) -237,7256	2) -200,6243	2) 2,992922	2) 15,60677
3) -245,0601	3) -237,9518	3) -201,7148	3) 2,900638	3) 15,22869
4) -245,0601	4) -238,0272	4) -202,0783	4) 2,869879	4) 15,10285
5) -245,0601	5) -237,9518	5) -201,7148	5) 2,900638	5) 15,22869
6) -245,0601	6) -237,7256	6) -200,6243	6) 2,992922	6) 15,60677
7) -245,0601	7) -237,3487	7) -198,8062	7) 3,146718	7) 16,23878
<b>Camada 2</b>				
1) -81,6867	1) -79,73726	1) -68,88624	1) 2,386484	1) 13,60847
2) -81,6867	2) -79,61163	2) -68,25519	2) 2,540283	2) 14,2648
3) -81,6867	3) -79,53625	3) -67,87642	3) 2,63256	3) 14,65977
4) -81,6867	4) -79,51112	4) -67,75014	4) 2,663326	4) 14,79162
5) -81,6867	5) -79,53625	5) -67,87642	5) 2,63256	5) 14,65977
6) -81,6867	6) -79,61163	6) -68,25519	6) 2,540283	6) 14,2648
7) -81,6867	7) -79,73726	7) -68,88624	7) 2,386484	7) 13,60847

Gráfico Perdas  
Verificação  
Voltar  
Sair

Figura 5-8 - Formulário com os valores das forças de protensão

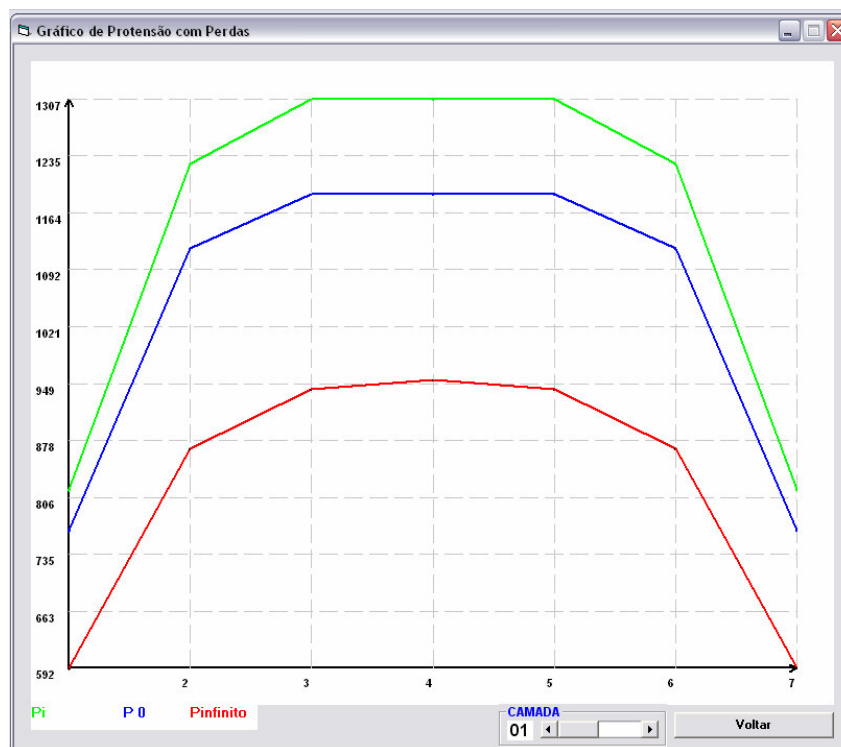


Figura 5-9 - Formulários com o gráfico das forças de protensão ao longo da peça

## 5.7 Verificação de tensões

Após a definição dos cabos e a respectiva determinação das perdas de protensão é possível fazer a verificação de tensões para o Estado Limite de Serviço – ELS, indicadas pela NBR 6118:2003 e apresentadas no Capítulo 2. Além das verificações impostas pela NBR 6118:2003, o programa faz as verificações para o ato da protensão e para o final da construção (citadas no Capítulo 2).

A Figura 5-10 exibe o formulário de verificação de tensão do programa PROTENLAJE e a Figura 5-11 exibe o formulário de visualização gráfica das tensões.

**Verificação de Tensões**

**Verificação Ato da Protensão**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1)-1524,3 OK	1)-10303,7 OK
2)-4245,7 OK	2)-7627,5 OK
3)-5878,5 OK	3)-6021,8 OK
4)-6422,8 OK	4)-5486,6 OK
5)-5878,5 OK	5)-6021,8 OK
6)-4245,7 OK	6)-7627,5 OK
7)-1524,3 OK	7)-10303,7 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 1929,9

$\sigma$  compressão: -14835,8

**Verificação Final da Construção**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1)-1446,1 OK	1)-9170,6 OK
2)-4119,8 OK	2)-6618,5 OK
3)-5724,0 OK	3)-5087,1 OK
4)-6258,7 OK	4)-4576,6 OK
5)-5724,0 OK	5)-5087,1 OK
6)-4119,8 OK	6)-6618,5 OK
7)-1446,1 OK	7)-9170,6 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 3420,2

$\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação para Estado Limite de Serviço**

Combinação Frequente		Combinação Rara	
Tensão Superior	Tensão Inferior	Tensão Superior	Tensão Inferior
1)-1367,9 OK	1)-8037,5 OK	1)-1367,9 OK	1)-8037,5 OK
2)-4909,2 OK	2)-4694,1 OK	2)-6282,2 OK	2)-3321,2 OK
3)-7033,9 OK	3)-2687,9 OK	3)-9230,7 OK	3)-491,1 OK
4)-7742,2 OK	4)-2019,1 OK	4)-10213,5 OK	4)-452,2 OK
5)-7033,9 OK	5)-2687,9 OK	5)-9230,7 OK	5)-491,1 OK
6)-4909,2 OK	6)-4694,1 OK	6)-6282,2 OK	6)-3321,2 OK
7)-1367,9 OK	7)-8037,5 OK	7)-1367,9 OK	7)-8037,5 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 0,0

$\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação OK**

Voltar   Gráfico Tensões   Sair   ELU   Deformações

Figura 5-10 - Formulário de Verificação de Tensões

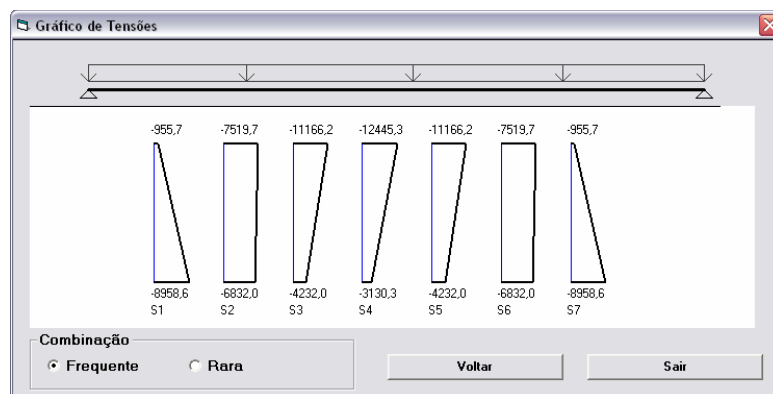


Figura 5-11 - Formulário de visualização gráfica das tensões do ELS

## 5.8 Verificação de deformações

O programa PROTENLAJE calcula as flechas imediatas e diferidas. As flechas imediatas são calculadas pelas equações da elástica (como visto no capítulo 2). As flechas diferidas podem ser calculadas pelo Método dos Prismas equivalentes ou pela solução aproximada oferecida pela NBR 6118:2003 (procedimentos também citados no capítulo 2).

Os valores das deformações verticais são apresentados em uma tabela, organizadas pelos carregamentos correspondentes. A Figura 5-12 mostra o formulário das deformações, onde é possível visualizar as verificações e o desenho da estrutura deformada. Este formulário ainda conta com uma animação gráfica da deformada.

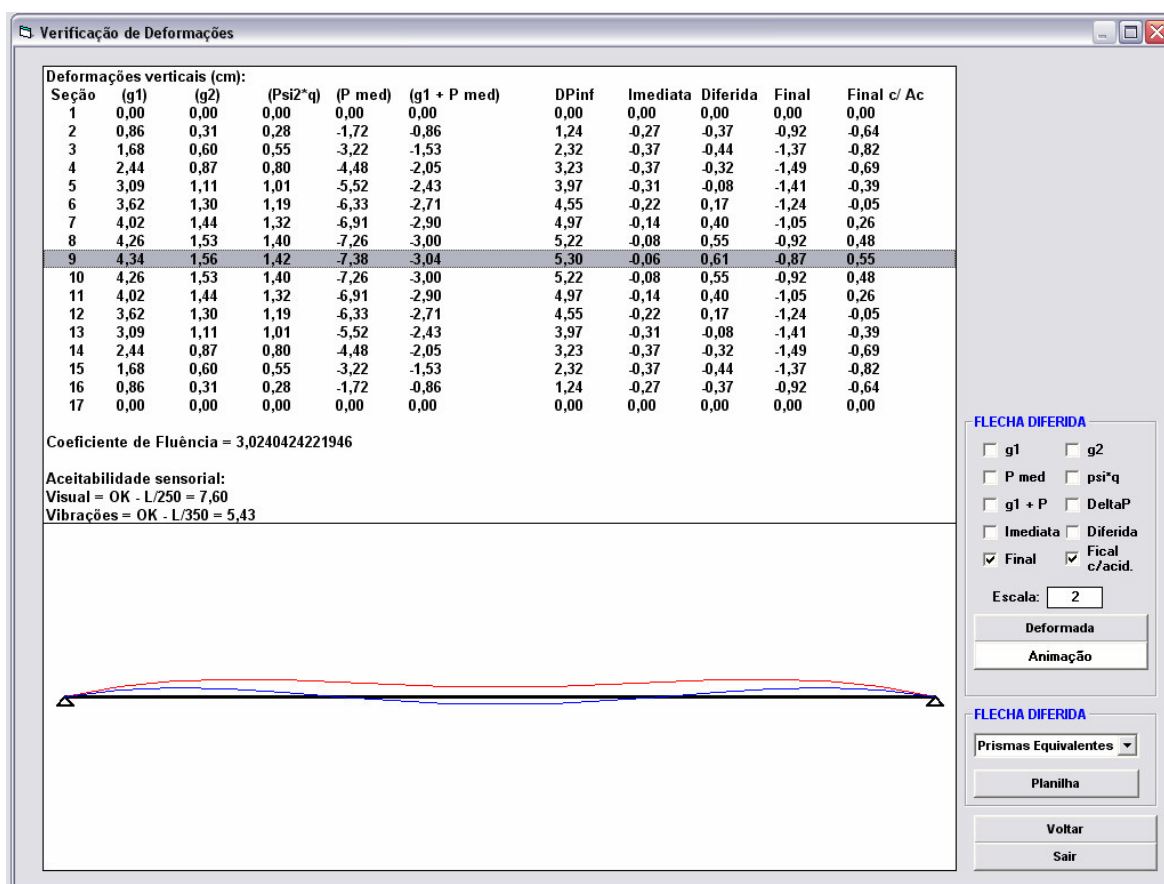


Figura 5-12 - Formulário das deformações verticais

## 5.9 Verificação dos estados limites últimos

O programa oferece ao usuário a verificação aos estados limites últimos, devido ao momento fletor e devido ao esforço cortante. O procedimento adotado para a verificação do estado limite último devido às solicitações normais é realizado com a comparação do último ponto do diagrama momento x curvatura com o valor do momento fletor de cálculo. A verificação adotada no programa é válida para qualquer tipo de seção transversal e para qualquer número de camadas de armaduras ativas.

A utilização do diagrama momento x curvatura permite ao usuário do programa obter uma visão global do comportamento da peça em todos os estágios de carregamento, além de fornecer o momento fletor último.

As rotinas para a verificação do estado limite último devido às solicitações tangenciais são válidas somente para a verificação da parcela resistente do concreto, ou seja, somente verificação de dispensa de armadura para cisalhamento (caso das lajes alveolares).

A Figura 5-13 apresenta o formulário das verificações dos estados limites últimos e do diagrama momento x curvatura. Para cada seção transversal adotada é traçado um diagrama e são exibidas as verificações dos esforços resistentes.

Na Figura 5-14 são encontrados os valores do diagrama momento x curvatura. O formulário mostrado na figura apresenta, além dos valores numéricos, os diagramas de tensão e deformação, a seção transversal da peça e o diagrama momento x curvatura. Para atualizar estas figuras o programa oferece uma rotina de animação, apresentando todos os valores do diagrama.

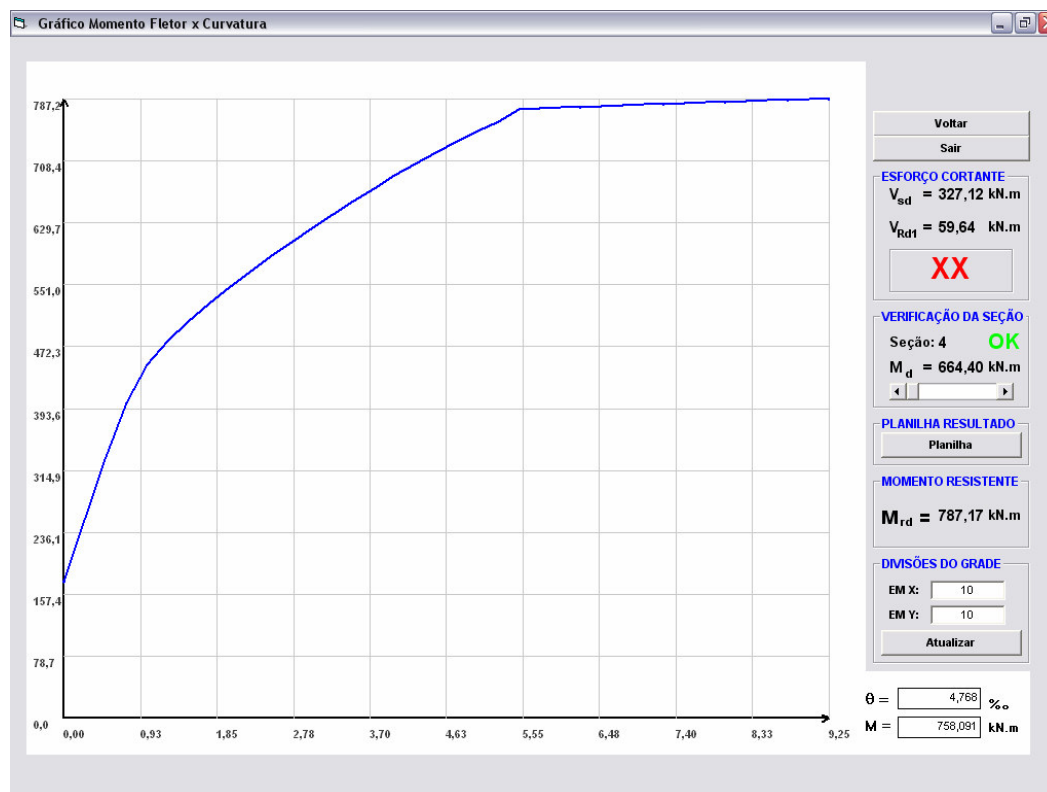


Figura 5-13 - Formulário do diagrama momento x curvatura e ELU

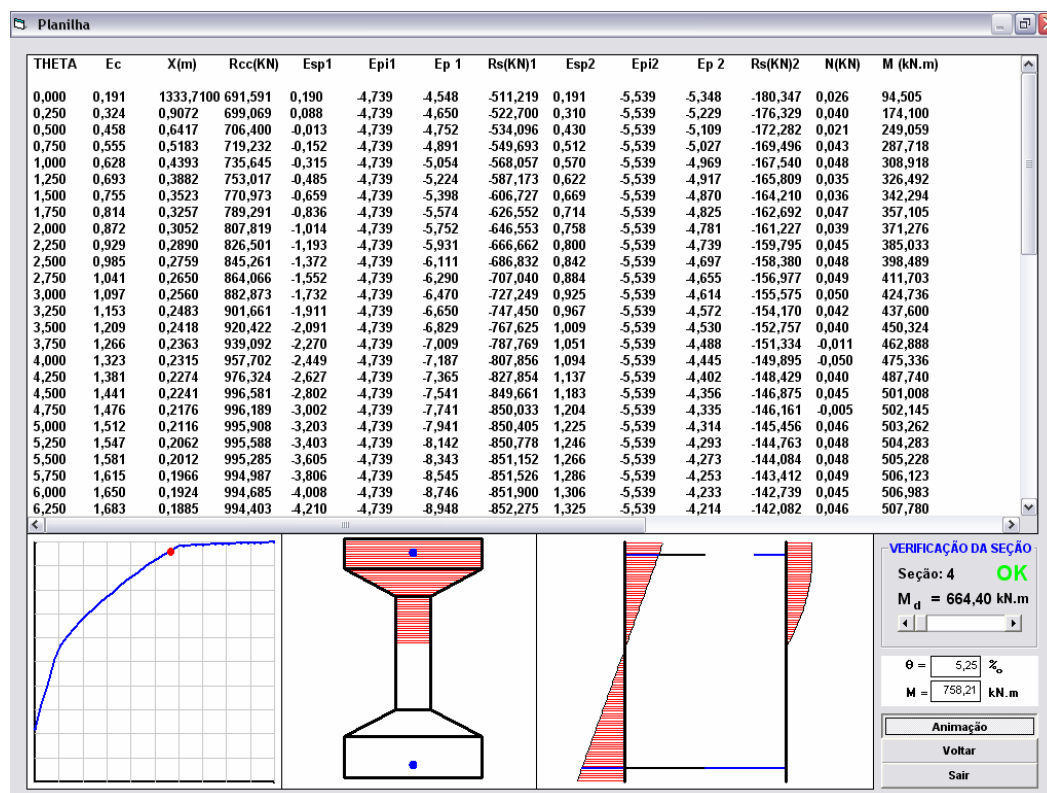


Figura 5-14 - Formulário dos resultados do diagrama momento x curvatura

## 6 *Exemplos de Aplicação*

Neste capítulo serão apresentadas alternativas de dimensionamento e verificação de painéis de lajes alveolares com o auxílio do programa desenvolvido nesta dissertação (PROTENLAJE), explorando os recursos e expondo as facilidades proporcionadas por este tipo de ferramenta.

### 6.1 Dimensionamento de lajes alveolares

Para exemplificar a facilidade de dimensionamento e otimização de projetos de lajes alveolares será apresentado um projeto de um pavimento composto por três lajes (Figura 6-1). Os dados geométricos necessários para o dimensionamento das lajes são apresentados na Tab. 6.1

Tab. 6.1 - Dados das Lajes Exemplos

Laje	Vão (m)	Regularização e Revestimento (kN/m <sup>2</sup> )	Sobrecarga (kN/m <sup>2</sup> )
1	19	1,75	4,00
2	8	1,75	4,00
3	12	1,75	4,00

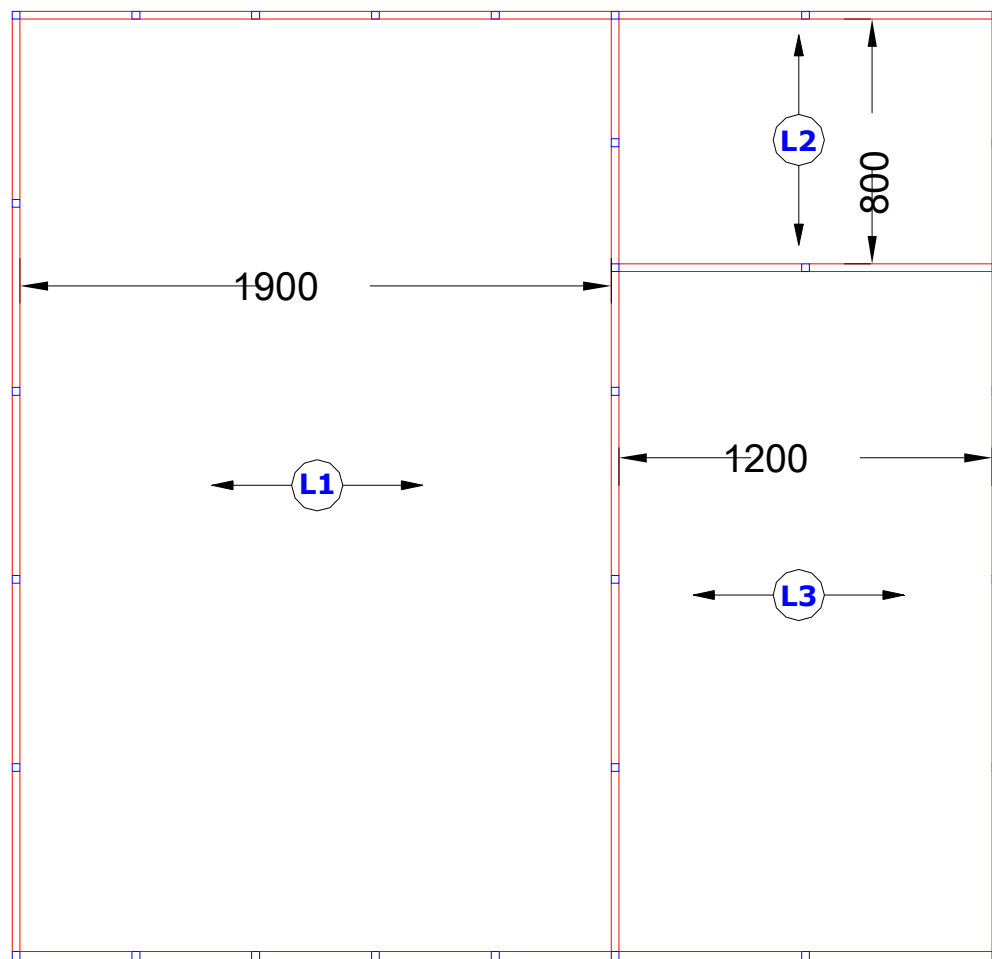


Figura 6-1 - Planta de Forma das Lajes Exemplos (unidades em cm)

O pavimento que contém as lajes exemplos será um local onde existe a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo e com elevada concentração de pessoas.

Para o dimensionamento das lajes alveolares serão adotados os seguintes parâmetros e coeficientes:

- Coeficiente de ponderação do peso próprio:  $\gamma_{g1} = 1,3$ ;
- Coeficientes de ponderação da carga de revestimento e sobrecarga:  $\gamma_{g2} = 1,4$  e  $\gamma_q = 1,4$ ;
- Resistência característica do concreto:  $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ ;



- Perdas Estimadas: 20%;
- Fator de redução de combinação freqüente para ELS:  $\psi_1 = 0,6$ ;
- Fator de redução de combinação quase permanente para ELS:  $\psi_2 = 0,4$ ;
- Nível de Protensão: Nível 3 (protensão completa);
- Umidade relativa do ar: 70%;
- Tipo de Cimento: CP5
- Instante de aplicação do carregamento: 7 dias após a protensão;
- Coeficiente de ponderação para resistência do concreto:  $\gamma_c = 1,4$ ;
- Coeficiente de ponderação para resistência do aço:  $\gamma_s = 1,15$ ;
- Comprimento de apoio: 0,10 m;
- Número de Seções: 17.

É válido observar que neste exemplo de dimensionamento serão analisadas somente possibilidades de lajes alveolares pré-tracionadas bi-apoiadas com uma camada de armadura e não será considerada a contribuição do capeamento no dimensionamento.

### 6.1.1 Dimensionamento da laje 1

A primeira etapa do projeto dos painéis alveolares é a definição da geometria da seção transversal a ser utilizada. Visto a dimensão do vão da Laje 1, dezenove metros, será utilizado neste exemplo um painel alveolar com cinquenta centímetros de altura. Como em todos os exemplos apresentados neste capítulo, será utilizada uma seção maciça equivalente de concreto. Esta simplificação facilita a entrada de dados do programa e o cálculo da laje no estado limite último. A Figura 6-2 apresenta a seção transversal real e a seção de concreto equivalente.

Devido à alta protensão que será necessária neste exemplo, adotou-se três dias para a aplicação da força de protensão.

A seção transversal utilizada é similar às disponíveis no mercado, porém suas dimensões irão depender do equipamento utilizado para sua fabricação. Obviamente poder-se-ia utilizar outra seção transversal no projeto, mas por questões de simplificação será apresentada somente esta seção no exemplo.

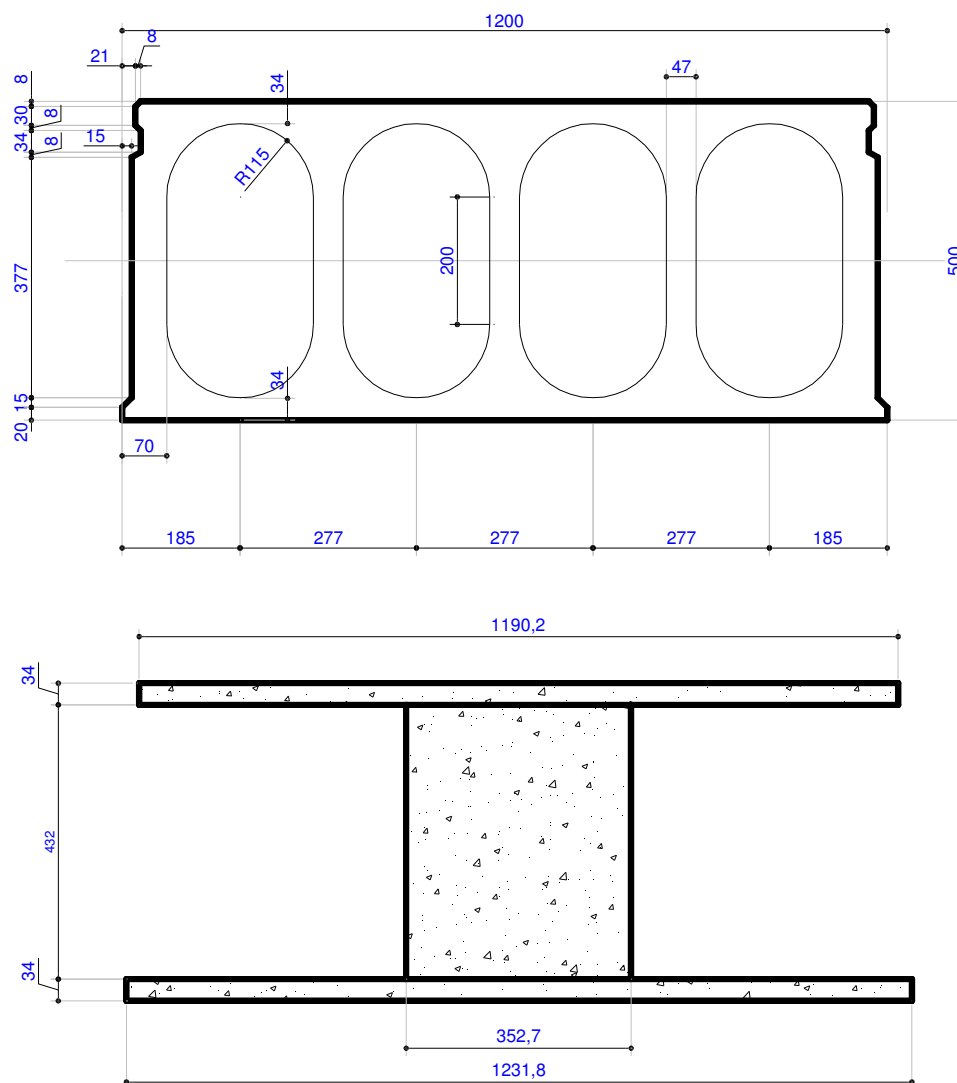


Figura 6-2 - Seção transversal real e equivalente com 50 cm de altura (dimensões em mm)

Os dados geométricos da seção da Figura 6-2 são mostrados a seguir:

- Momento de Inércia:  $0,0068 \text{ m}^4$ ;
- Momento Resistente Superior:  $0,02694 \text{ m}^3$ ;
- Momento Resistente Inferior:  $0,02746 \text{ m}^3$ ;
- Área de concreto:  $0,2340 \text{ m}^2$ ;
- Posição Centro de Gravidade (relativo à base inferior):  $0,2476 \text{ m}$ ;
- Excentricidade da Armadura Inferior:  $-0,2176 \text{ m}$ ;
- Perímetro em contato com o ar:  $5,1346 \text{ m}$ ;
- Peso próprio:  $5,85 \text{ kN/m}$ .

Após a definição da seção transversal a ser utilizada, pode-se iniciar o pré-dimensionamento da laje. O programa sugere vários pré-dimensionamentos com as cordoalhas e fios disponíveis nas normas brasileiras. A Figura 6-3 mostra o formulário com o pré-dimensionamento.

Para o exemplo será adotada a cordoalha CP-190 RB 15,2, visto o número reduzido de cordoalhas necessárias. As cordoalhas CP-210 RB não foram adotadas pela alta tensão de ruptura, o que necessita de estudos mais avançados na transferência de tensões da armadura para o concreto.

Escolha de Fio ou Cordoalha

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm2)	Núm.fios Inf	Delta I(mm2)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	032	30,63
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	030	28,72
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	042	38,03
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	039	21,22
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	056	5,83
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	053	19,62
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	081	8,63
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	076	9,32
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	118	6,52
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	111	5,39
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	032	20,31
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	030	19,04
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	042	27,71
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	039	11,54
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	057	23,81
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	053	9,94
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	082	17,91
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	077	19,24
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	119	9,44
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	112	8,89

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm2)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm2)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	---	000	0,00	023	37,90
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	013	57,00
023	CP-190 RB 15,2	143,4	1900	000	0,00	009	35,90
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	021	45,00
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	012	75,60
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	008	12,00

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

TIPO DE AÇO SUP. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

TIPO DE AÇO INF. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

AÇO MAIS ECONOMICO Código: 10

AÇO ADOTADO Código Sup: 10 Código Inf: 10

Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = - 1458,97 KN

EDIÇÃO DE AÇO Número de Camadas: 01

Curvas Limites

OK Voltar Sair

Figura 6-3 - Pré-dimensionamento da Laje 1

Em seguida ao pré-dimensionamento é necessário definir o detalhamento da armadura. Como o exemplo é um painel alveolar, as armaduras são detalhadas em toda a extensão da peça. Então, estando definidas as posições e quantidades de armadura, as perdas de protensão podem ser calculadas. As perdas imediatas são calculadas, no programa, sempre com a seção homogeneizada, como citado no capítulo 5. As perdas progressivas serão calculadas inicialmente com o processo aproximado oferecido pela NBR 6118:2003 (Figura 6-4) e posteriormente calculadas com o método dos prismas equivalentes (Figura 6-5). Como o painel da laje 1 está dentro das hipóteses de aplicação do processo da norma, os resultados encontrados com o processo aproximado e com os prismas equivalentes diferem pouco. Com o processo aproximado a média das perdas progressivas foi de 17,1% e com os prismas foi de 19,5%, ambos os valores próximos do valor arbitrado como perdas estimadas (20%). As perdas imediatas foram na ordem de 7%.

Valores de Protensão com Perdas				
Protensão $P_i$	Protensão $P_0$	Protensão $P_{\infty}$	Perdas Imediatas (%)	Perdas Progressivas (%)
Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1
1) -1875,887	1) -1703,541	1) -1264,424	1) 9,187444	1) 25,7767
2) -1875,887	2) -1715,828	2) -1315,063	2) 8,532428	2) 23,35634
3) -1875,887	3) -1726,477	3) -1358,864	3) 7,964747	3) 21,2927
4) -1875,887	4) -1735,488	4) -1395,864	4) 7,484402	4) 19,5634
5) -1875,887	5) -1742,861	5) -1426,094	5) 7,091391	5) 18,17508
6) -1875,887	6) -1748,595	6) -1449,581	6) 6,785722	6) 17,10021
7) -1875,887	7) -1752,69	7) -1466,344	7) 6,567381	7) 16,33752
8) -1875,887	8) -1755,148	8) -1476,396	8) 6,436376	8) 15,88194
9) -1875,887	9) -1755,967	9) -1479,746	9) 6,392711	9) 15,73041
10) -1875,887	10) -1755,148	10) -1476,396	10) 6,436376	10) 15,88194
11) -1875,887	11) -1752,69	11) -1466,344	11) 6,567381	11) 16,33752
12) -1875,887	12) -1748,595	12) -1449,581	12) 6,785722	12) 17,10021
13) -1875,887	13) -1742,861	13) -1426,094	13) 7,091391	13) 18,17508
14) -1875,887	14) -1735,488	14) -1395,864	14) 7,484402	14) 19,56339
15) -1875,887	15) -1726,477	15) -1358,864	15) 7,964747	15) 21,2927
16) -1875,887	16) -1715,828	16) -1315,063	16) 8,532428	16) 23,35634
17) -1875,887	17) -1703,541	17) -1264,424	17) 9,187444	17) 25,7767
<div>Gráfico Perdas</div> <div>Verificação</div> <div>Voltar</div> <div>Sair</div>				

Figura 6-4 - Força e perdas de protensão pelo processo aproximado NBR 6118:2003

A Figura 6-6 apresenta um gráfico das forças de protensão (protensão inicial, protensão após perdas imediatas e protensão no tempo infinito) variando em cada seção transversal. Com este gráfico é possível visualizar o efeito favorável das tensões devido ao carregamento permanente, visto que onde estas tensões são máximas, as perdas de protensão são mínimas.

Valores de Protensão com Perdas				
Protensão $P_i$	Protensão $P_0$	Protensão $P_{infinito}$	Perdas Imediatas (%)	Perdas Progressivas (%)
Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1
1) -1875,887	1) -1703,541	1) -1250,644	1) 9,187444	1) 26,58562
2) -1875,887	2) -1715,828	2) -1304,653	2) 8,532428	2) 23,96369
3) -1875,887	3) -1726,477	3) -1351,387	3) 7,964747	3) 21,72574
4) -1875,887	4) -1735,488	4) -1390,88	4) 7,484402	4) 19,85653
5) -1875,887	5) -1742,861	5) -1423,158	5) 7,091391	5) 18,34356
6) -1875,887	6) -1748,595	6) -1448,241	6) 6,785722	6) 17,17685
7) -1875,887	7) -1752,69	7) -1466,146	7) 6,567381	7) 16,34882
8) -1875,887	8) -1755,148	8) -1476,885	8) 6,436376	8) 15,85411
9) -1875,887	9) -1755,967	9) -1480,464	9) 6,392711	9) 15,68956
10) -1875,887	10) -1755,148	10) -1476,885	10) 6,436376	10) 15,85411
11) -1875,887	11) -1752,69	11) -1466,146	11) 6,567381	11) 16,34882
12) -1875,887	12) -1748,595	12) -1448,241	12) 6,785722	12) 17,17685
13) -1875,887	13) -1742,861	13) -1423,158	13) 7,091391	13) 18,34356
14) -1875,887	14) -1735,488	14) -1390,88	14) 7,484402	14) 19,85653
15) -1875,887	15) -1726,477	15) -1351,387	15) 7,964747	15) 21,72574
16) -1875,887	16) -1715,828	16) -1304,653	16) 8,532428	16) 23,96369
17) -1875,887	17) -1703,541	17) -1250,644	17) 9,187444	17) 26,58562

Gráfico Perdas  
Verificação  
Voltar  
Sair

Figura 6-5 - Força e perdas de protensão pelo Método dos Prismas Equivalentes

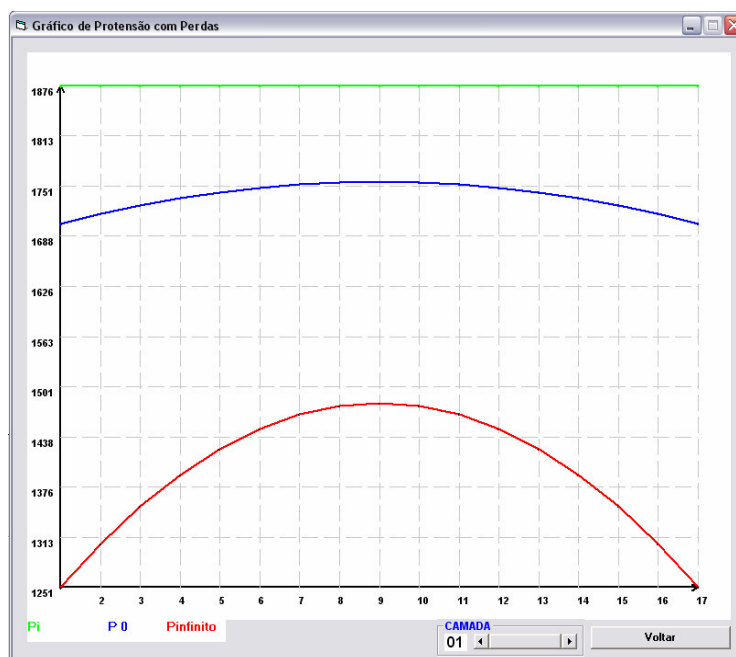


Figura 6-6 - Gráfico das forças de protensão x seção

Em seguida ao cálculo das perdas de protensão, poderá ser realizada a verificação de tensões para os estados limites de serviço. A Figura 6-7 mostra as tensões encontradas para o ato da protensão, final da construção e estados limites de serviço. O programa identificou automaticamente problemas com as tensões no ato da protensão e no final da construção nas seções próximas às bordas. As tensões no ato da protensão nas seções 2 e 16 são as tensões mais críticas. As verificações de tensões nas seções 1 e 17 podem ser desprezadas, visto que estas seções estão em regiões descontínuas onde a força de protensão não foi transferida integralmente ao concreto. As seções 2 e 16 localizam-se em regiões que podem ser consideradas contínuas, visto que, nestas regiões, a força de protensão já foi totalmente transferida ao concreto.

É válido observar que em regiões com tensões descontínuas deve-se fazer uma análise específica para o caso, porém este tipo de análise não será abordado nesta dissertação.

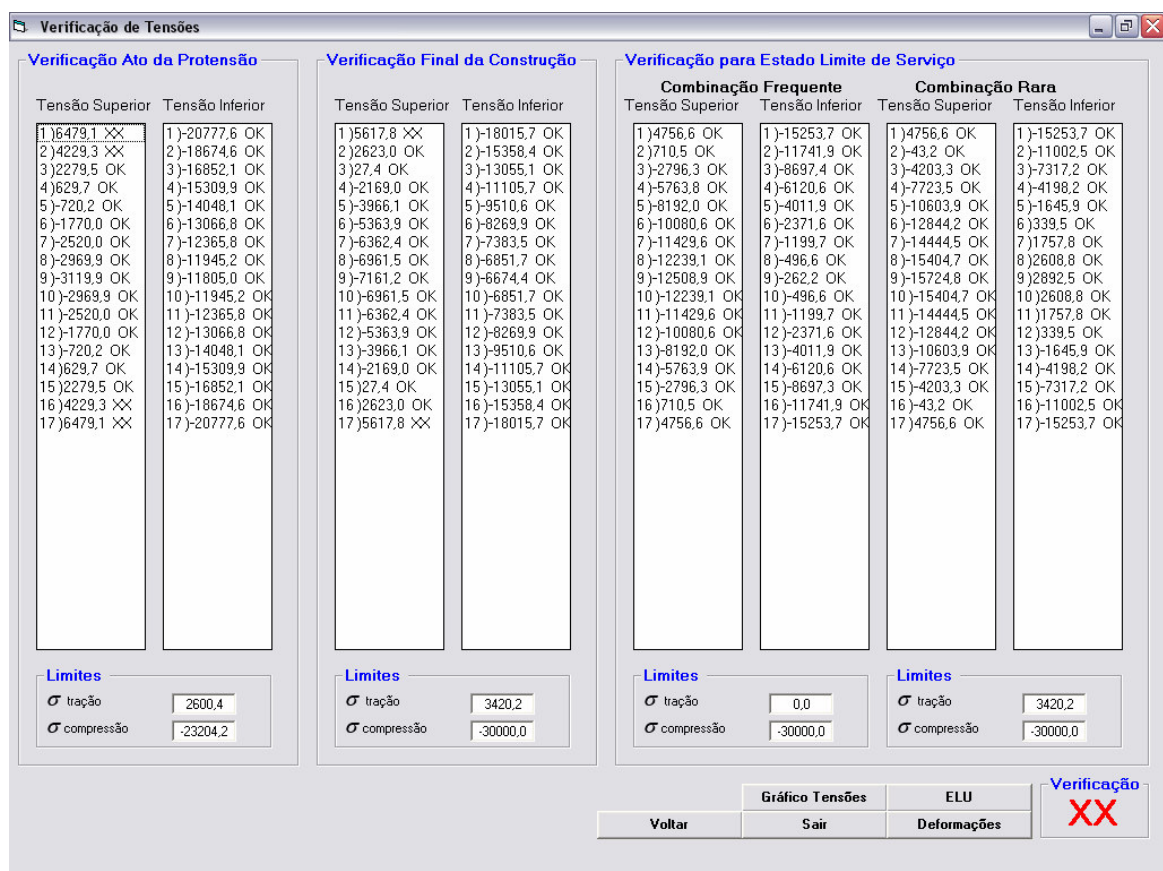


Figura 6-7 - Verificação de Tensões da Laje 1

Para resolver o problema das tensões nas seções 2 e 16, pode-se aumentar a resistência do

concreto à tração ou limitar as tensões de tração na borda superior. Para aumentar a resistência à tração pode-se aumentar o tempo de aplicação da protensão ou aumentar a resistência característica do concreto. Neste caso, estas duas soluções não são convenientes, visto que a aplicação da protensão já ocorre com três dias e a resistência do concreto já está elevada. Então, para solucionar a Laje 1 será adotada a opção de limitar as tensões de tração na borda superior por meio da utilização de uma camada superior de armadura. No item 6.2 Estudos de lajes com armadura superior será apresentada a continuação do dimensionamento da laje 1.

Para o dimensionamento da laje 1 ainda existe a possibilidade de aumentar a altura da seção transversal da peça, contudo seções com alturas maiores que 50 cm não são comuns no mercado.

### 6.1.2 Dimensionamento da laje 2

A laje 2 apresenta o menor vão entre as lajes exemplos. Para esta laje será adotada inicialmente uma seção transversal de 20 cm de altura. Esta seção transversal é mostrada na Figura 6-8.

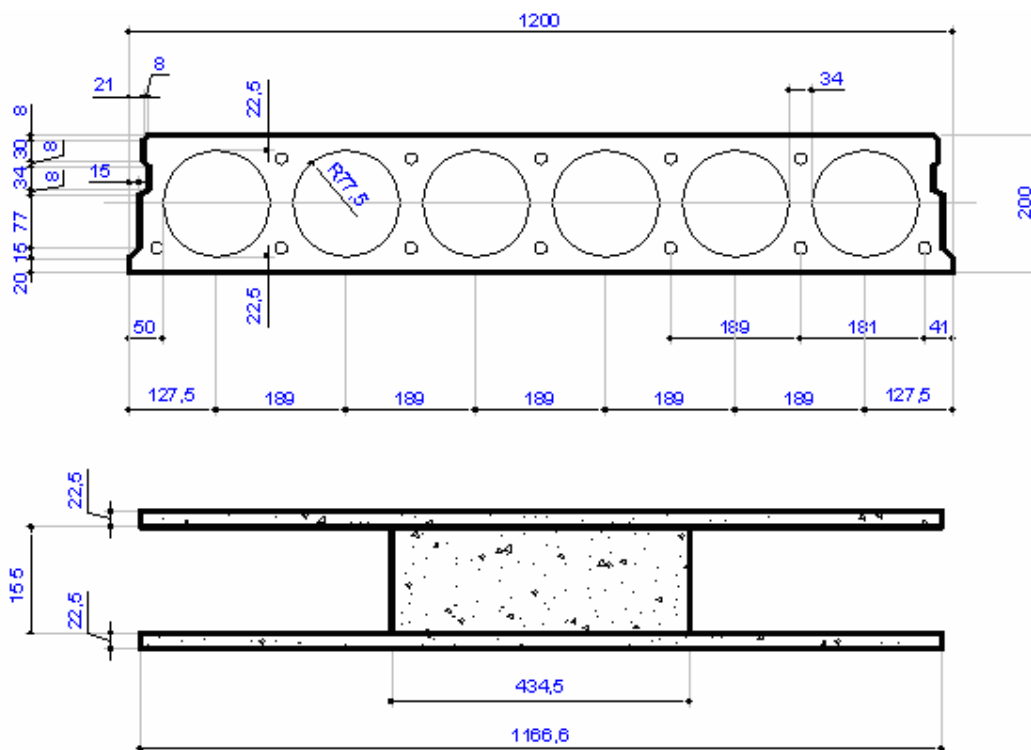


Figura 6-8 - Seção Transversal LM20 com dimensões em mm, adaptado de MUNTE (2004)



Os dados geométricos da seção LM20 são apresentados a seguir:

- Momento de Inércia:  $0,00061454 \text{ m}^4$ ;
- Momento Resistente Superior:  $0,00614 \text{ m}^3$ ;
- Momento Resistente Inferior:  $-0,00614 \text{ m}^3$ ;
- Área de concreto:  $0,1183 \text{ m}^2$ ;
- Posição Centro de Gravidade (relativo à base inferior):  $0,10 \text{ m}$ ;
- Excentricidade da Armadura Inferior:  $-0,065 \text{ m}$ ;
- Perímetro em contato com o ar:  $2,7863 \text{ m}$ ;
- Peso próprio:  $3,00 \text{ kN/m}$ .

Com a definição da seção a ser utilizada pode-se iniciar o pré-dimensionamento da peça. O tempo para a aplicação da protensão adotado para esta laje foi de vinte e quatro horas. O pré-dimensionamento oferecido pelo programa PROTENLAJE é exibido na Figura 6-9.

**Escolha de Fio ou Cordoalha**

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm2)	Núm.fios Inf	Delta I(mm2)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	012	12,81
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	012	49,74
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	016	25,21
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	015	23,64
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	021	3,51
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	020	12,14
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	031	16,81
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	029	14,54
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	044	0,54
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	042	7,92
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	012	8,95
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	012	46,12
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	016	21,35
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	015	20,02
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	022	27,95
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	020	8,52
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	031	12,95
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	029	10,92
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	045	9,52
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	042	4,51

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm2)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm2)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1900	000	0,00	009	36,34
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	005	35,04
023	CP-190 RB 15,2	143,4	1900	000	0,00	004	104,14
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	008	24,85
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	005	79,75
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	003	5,45

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

**TIPO DE AÇO SUP.**  
☒ Fio liso  
☐ Fio Entalhado  
☐ Cordoalha

**TIPO DE AÇO INF.**  
☒ Fio liso  
☐ Fio Entalhado  
☐ Cordoalha

**AÇO MAIS ECONOMICO**  
 Código: **09**

**AÇO ADOTADO**  
 Código Sup: 09  
 Código Inf: 09

Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = -545,89 KN

**EDIÇÃO DE AÇO**  
 Número de Camadas: 01

☒ Curvas Limites

OK  
 Voltar  
 Sair

Figura 6-9 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM20

Por conveniência adotou-se a cordoalha CP-190 RB 12,7, que apresenta um pré-dimensionamento com cinco cordoalhas. Esta cordoalha é utilizada amplamente na fabricação de lajes alveolares.

Logo após a definição da armadura são calculadas as perdas de protensão. Nesta laje as perdas serão calculadas somente pelo Método dos Prismas Equivalentes. A Figura 6-10 mostra as forças e perdas de protensão calculadas. A média das perdas de protensão imediatas foi de 5,1% e a média das perdas progressivas foi de 17,2%, resultando em uma média total de 22,3%. Esta média total está muito próxima das perdas estimadas (20%), portanto uma ótima estimativa inicial.

Valores de Protensão com Perdas				
Protensão $P_i$	Protensão $P_0$	Protensão $P_{infinito}$	Perdas Imediatas (%)	Perdas Progressivas (%)
Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1
1) -733,2907	1) -691,7081	1) -552,1525	1) 5,67069	1) 20,17551
2) -733,2907	2) -693,1945	2) -560,7625	2) 5,46798	2) 19,1046
3) -733,2907	3) -694,4827	3) -568,2205	3) 5,292305	3) 18,18076
4) -733,2907	4) -695,5728	4) -574,5285	4) 5,143648	4) 17,40211
5) -733,2907	5) -696,4647	5) -579,6876	5) 5,022026	5) 16,76712
6) -733,2907	6) -697,1583	6) -583,6992	6) 4,92743	6) 16,27452
7) -733,2907	7) -697,6538	7) -586,5639	7) 4,85986	7) 15,92336
8) -733,2907	8) -697,9511	8) -588,2825	8) 4,819316	8) 15,71293
9) -733,2907	9) -698,0502	9) -588,8954	9) 4,805799	9) 15,64283
10) -733,2907	10) -697,9511	10) -588,2825	10) 4,819316	10) 15,71293
11) -733,2907	11) -697,6538	11) -586,5639	11) 4,85986	11) 15,92336
12) -733,2907	12) -697,1583	12) -583,6992	12) 4,92743	12) 16,27452
13) -733,2907	13) -696,4647	13) -579,6876	13) 5,022026	13) 16,76712
14) -733,2907	14) -695,5728	14) -574,5285	14) 5,143648	14) 17,40211
15) -733,2907	15) -694,4827	15) -568,2205	15) 5,292305	15) 18,18076
16) -733,2907	16) -693,1945	16) -560,7625	16) 5,46798	16) 19,1046
17) -733,2907	17) -691,7081	17) -552,1525	17) 5,67069	17) 20,17551

Gráfico Perdas  
Verificação  
Voltar  
Sair

Figura 6-10 - Força e perdas de protensão para a Laje 2 com a seção LM20

Com os dados calculados e definidos até este momento podem ser feitas as verificações de tensões para o ato da protensão e para os estados limites de serviço. A Figura 6-11 apresenta todas as verificações de tensões oferecidas pelo programa. Em todas as verificações em serviço a Laje 2 com a seção LM20 está dentro dos limites estabelecidos. Também é válido observar que os valores das tensões estão muito próximos dos limites, indicando que os materiais estão com bom aproveitamento. Esta proximidade das tensões com os limites é devida às estimativas de perdas estarem muito próximas das perdas calculadas.

**Verificação de Tensões**

**Verificação Ato da Protensão**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 11469,1 OK	1) -13163,3 OK
2) 557,0 OK	2) -12276,2 OK
3) -233,6 OK	3) -11507,5 OK
4) -902,5 OK	4) -10857,0 OK
5) -1449,8 OK	5) -10324,8 OK
6) -1875,5 OK	6) -9910,8 OK
7) -2179,5 OK	7) -9615,1 OK
8) -2361,9 OK	8) -9437,7 OK
9) -2422,8 OK	9) -9378,6 OK
10) -2361,9 OK	10) -9437,7 OK
11) -2179,5 OK	11) -9615,1 OK
12) -1875,5 OK	12) -9910,8 OK
13) -1449,8 OK	13) -10324,8 OK
14) -902,5 OK	14) -10857,0 OK
15) -233,6 OK	15) -11507,5 OK
16) 557,0 OK	16) -12276,2 OK
17) 11469,1 OK	17) -13163,3 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 1929,9  
 $\sigma$  compressão: -14835,8

**Verificação Final da Construção**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 1320,9 OK	1) -11835,4 OK
2) -224,4 OK	2) -10375,4 OK
3) -1563,7 OK	3) -9110,1 OK
4) -2696,9 OK	4) -8039,4 OK
5) -3624,1 OK	5) -7163,3 OK
6) -4345,3 OK	6) -6481,9 OK
7) -4860,4 OK	7) -5995,2 OK
8) -5169,4 OK	8) -5703,2 OK
9) -5272,5 OK	9) -5605,9 OK
10) -5169,4 OK	10) -5703,2 OK
11) -4860,4 OK	11) -5995,2 OK
12) -4345,3 OK	12) -6481,9 OK
13) -3624,1 OK	13) -7163,3 OK
14) -2696,9 OK	14) -8039,4 OK
15) -1563,7 OK	15) -9110,1 OK
16) -224,4 OK	16) -10375,4 OK
17) 1320,9 OK	17) -11835,4 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 3420,2  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação para Estado Limite de Serviço**

Combinação Frequente		Combinação Rara	
Tensão Superior	Tensão Inferior	Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 1172,7 OK	1) -10507,5 OK	1) 1172,7 OK	1) -10507,5 OK
2) -1243,7 OK	2) -8236,6 OK	2) -1829,5 OK	2) -7650,8 OK
3) -3338,0 OK	3) -6268,4 OK	3) -4431,5 OK	3) -5174,9 OK
4) -5110,1 OK	4) -4603,0 OK	4) -6633,2 OK	4) -3079,9 OK
5) -6560,0 OK	5) -3240,3 OK	5) -8434,6 OK	5) -1365,7 OK
6) -7687,7 OK	6) -2180,4 OK	6) -9835,6 OK	6) -32,5 OK
7) -8493,2 OK	7) -1423,4 OK	7) -10836,4 OK	7) 919,8 OK
8) -8976,5 OK	8) -969,1 OK	8) -11436,9 OK	8) 1491,2 OK
9) -9137,6 OK	9) -817,7 OK	9) -11637,0 OK	9) 1681,7 OK
10) -8976,5 OK	10) -969,1 OK	10) -11436,9 OK	10) 1491,2 OK
11) -8493,2 OK	11) -1423,4 OK	11) -10836,4 OK	11) 919,8 OK
12) -7687,7 OK	12) -2180,4 OK	12) -9835,6 OK	12) -32,5 OK
13) -6560,0 OK	13) -3240,3 OK	13) -8434,6 OK	13) -1365,7 OK
14) -5110,1 OK	14) -4603,0 OK	14) -6633,2 OK	14) -3079,9 OK
15) -3338,0 OK	15) -6268,4 OK	15) -4431,5 OK	15) -5174,9 OK
16) -1243,7 OK	16) -8236,6 OK	16) -1829,5 OK	16) -7650,8 OK
17) 1172,7 OK	17) -10507,5 OK	17) 1172,7 OK	17) -10507,5 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 0,0  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Limites**

$\sigma$  tração: 3420,2  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação OK**

Voltar | Gráfico Tensões | ELU | Defomações

Figura 6-11 - Verificação de Tensões da Laje 2 com seção LM20

Após a verificação de tensões é possível verificar as deformações (flechas) e o estado limite último do painel alveolar. A Figura 6-12 apresenta o formulário para a verificação das flechas do painel. Neste formulário é acurado que a laje 2 com a seção LM20, com a utilização de 5 cordoalhas CP190 RB 12,7, não apresenta problemas de deformações excessivas. As flechas diferidas foram calculadas por meio da deformação da seção obtida com o método dos prismas equivalentes.

A Figura 6-13 mostra o diagrama momento x curvatura da laje e as verificações dos estados limites últimos de tensões normais e tensões cisalhantes. A laje 2 com a seção LM20 satisfaz as condições de segurança para o estado limite último. O momento resistente que a viga apresenta é de 117,18 kN.m, valor maior do que o momento solicitante de cálculo (108,48 kN.m). A Figura 6-14 exibe os valores do diagrama momento x curvatura e também os diagramas de tensão e de deformação para o último ponto do diagrama momento x curvatura. Com os valores do diagrama observa-se que a laje está no domínio 2 de deformações, justificando o longo patamar de escoamento.

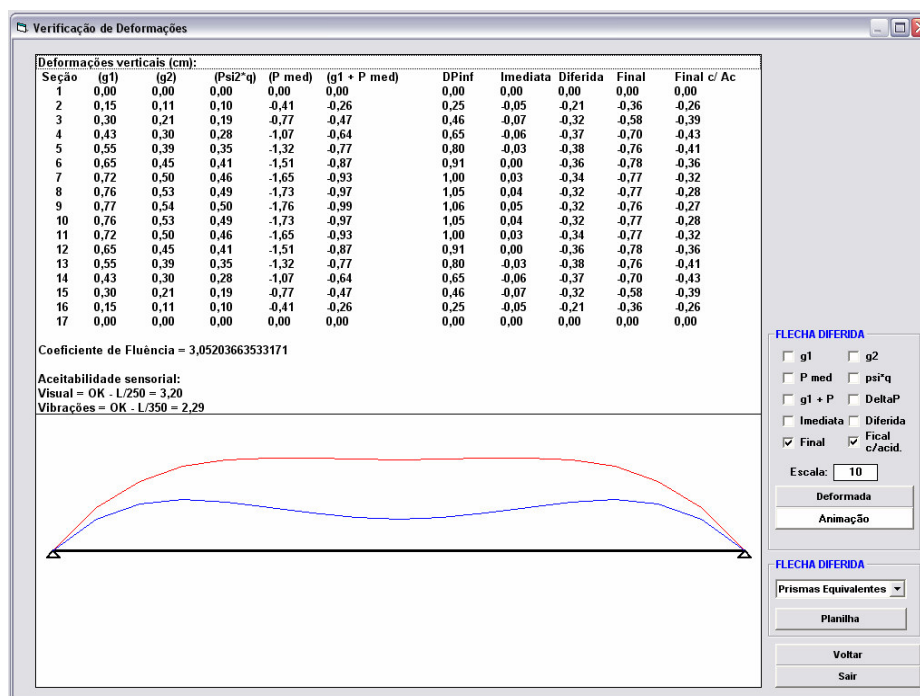


Figura 6-12 - Verificação de deformações da Laje 2 com a seção LM20

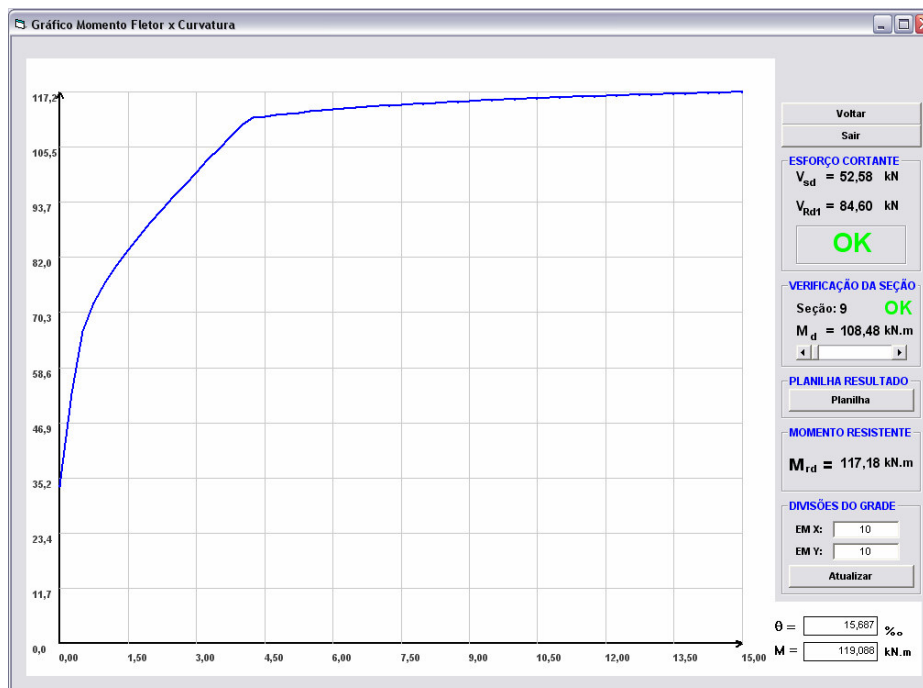


Figura 6-13 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 2 com a seção LM20

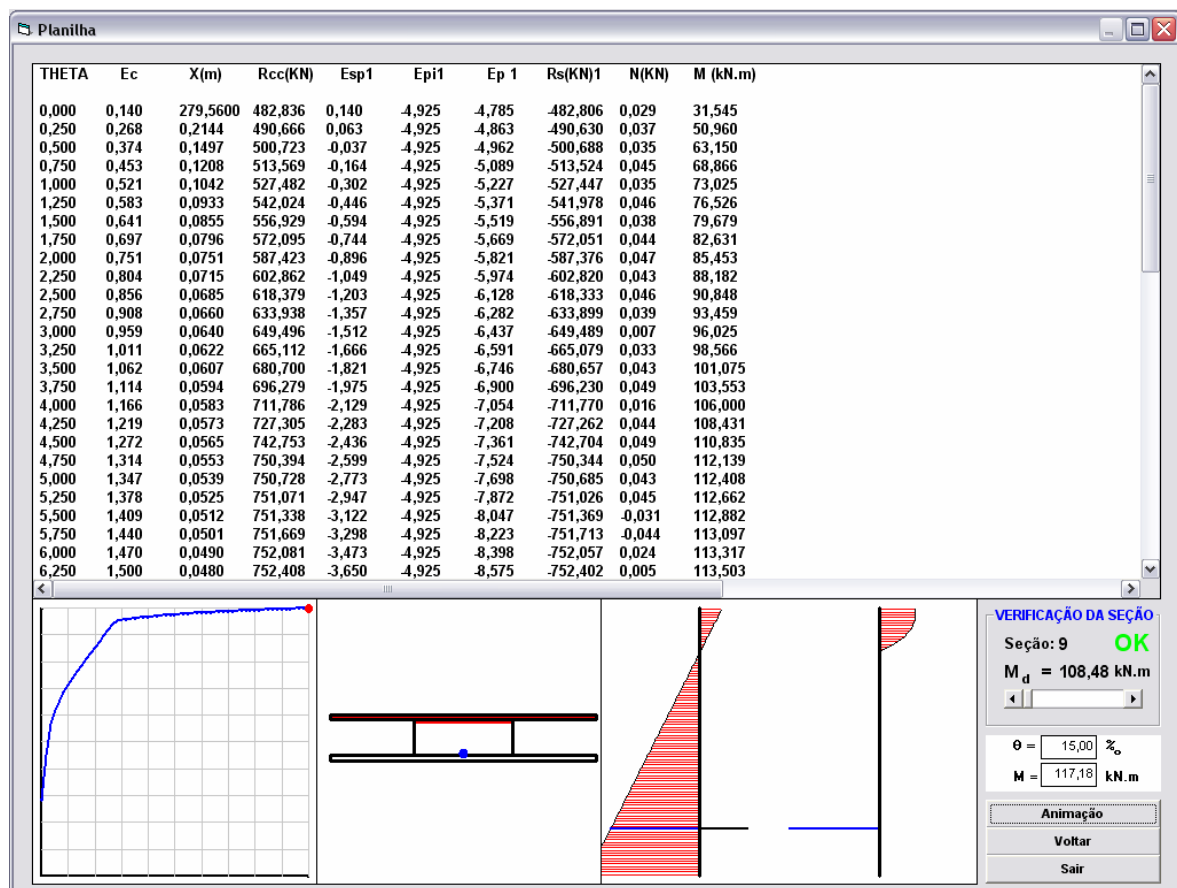


Figura 6-14 - Planilha do diagrama momento x curvatura para a Laje 2 com LM20

Então, com as verificações dos estados limites últimos, termina-se o projeto da laje 2 com a seção transversal LM20 com auxílio do programa PROTENLAJE. Esta é apenas uma das soluções que se pode adotar para o projeto. Por meio do programa podem ser facilmente encontradas outras soluções. Para demonstrar isto, a laje 2 será agora dimensionada utilizando uma seção de concreto com 26,5 cm de altura. A Figura 6-15 mostra a seção transversal citada.

Os dados geométricos da seção LM26 são apresentados a seguir:

- Momento de Inércia:  $0,001471863726 \text{ m}^4$ ;
- Momento Resistente Superior:  $0,01110 \text{ m}^3$ ;
- Momento Resistente Inferior:  $-0,01110 \text{ m}^3$ ;
- Área de concreto:  $0,1631 \text{ m}^2$ ;

- Posição Centro de Gravidade (relativo à base inferior): 0,13431 m;
- Excentricidade da Armadura Inferior: - 0,09931 m;
- Perímetro em contato com o ar: 2,9135 m;
- Peso próprio: 4,08 kN/m.

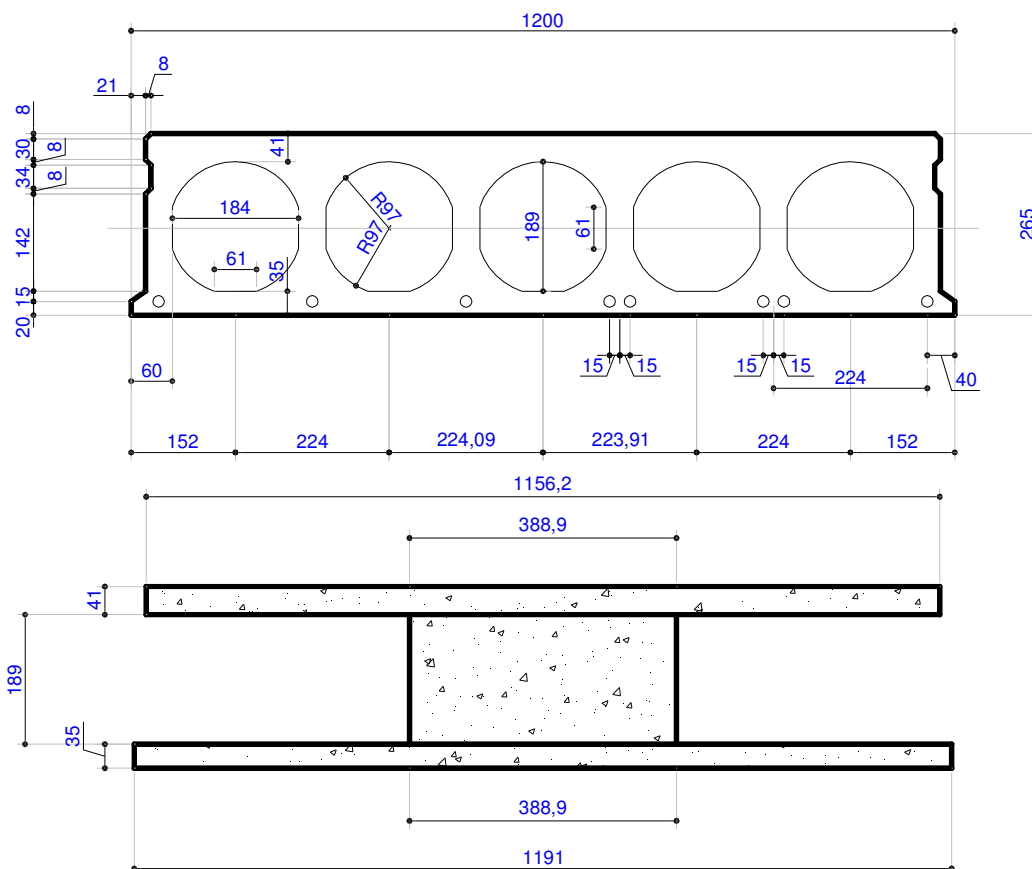


Figura 6-15 - Seção Transversal LM26, adaptado de MUNTE (2004)

O pré-dimensionamento fornecido pelo programa é apresentado na Figura 6-16. Entre as armaduras disponíveis, será adotada a cordoalha CP-190 RB 9,5. Ao calcular as perdas para este pré-dimensionamento, nota-se que as perdas estimadas (20%) são maiores que a média das perdas calculadas (16%). Então, optou-se por voltar à entrada de dados e alterar as perdas estimadas para 16%. Com isto tem-se um novo pré-dimensionamento, que é apresentado na Figura 6-17.

Escolha de Fio ou Cordoalha

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm2)	Núm.fios Inf	Delta I(mm2)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	009	8,88
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	009	36,62
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	012	18,18
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	011	7,42
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	016	8,98
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	015	8,42
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	023	6,98
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	022	15,12
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	034	12,32
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	032	11,60
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	009	5,98
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	009	33,90
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	012	15,28
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	011	4,70
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	016	6,08
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	015	5,70
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	023	4,08
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	022	12,40
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	034	9,60
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	032	9,04

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm2)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm2)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1900	000	0,00	007	40,73
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	004	50,93
023	CP-190 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	003	77,53
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	006	18,11
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	004	84,51
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	003	111,11

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

TIPO DE AÇO SUP. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

TIPO DE AÇO INF. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

AÇO MAIS ECONOMICO Código: 17

AÇO ADOTADO Código Sup: 17 Código Inf: 17

EDIÇÃO DE AÇO Número de Camadas: 01

Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = -410,09 KN

☒ Curvas Limites

OK Voltar Sair

Figura 6-16 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM26

Escolha de Fio ou Cordoalha

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm2)	Núm.fios Inf	Delta I(mm2)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	009	30,02
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	008	6,13
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	011	0,82
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	011	27,23
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	015	1,82
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	015	28,23
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	022	8,52
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	021	15,33
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	032	6,93
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	030	5,04
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	009	27,25
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	008	3,54
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	012	36,55
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	011	24,64
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	016	27,35
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	015	25,64
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	022	5,75
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	021	12,74
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	032	4,34
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	030	2,61

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm2)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm2)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1900	000	0,00	006	1,32
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	004	67,72
023	CP-190 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	003	94,32
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	006	33,31
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	004	99,71
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	003	126,31

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

TIPO DE AÇO SUP. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

TIPO DE AÇO INF. ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

AÇO MAIS ECONOMICO Código: 03

AÇO ADOTADO Código Sup: 03 Código Inf: 21

EDIÇÃO DE AÇO Número de Camadas: 01

Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = -410,09 KN

☒ Curvas Limites

OK Voltar Sair

Figura 6-17 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM26 (perdas estimadas de 16%)



A partir do novo pré-dimensionamento, adotou-se como armadura de protensão seis cordoalhas CP-190 RB 9,5. A Figura 6-18 mostra as forças e perdas de protensão. A média das perdas imediatas foi de 3,5% e das perdas progressivas 13,5%.

Valores de Protensão com Perdas				
Protensão $P_i$	Protensão $P_0$	Protensão $P_{infinito}$	Perdas Imediatas (%)	Perdas Progressivas (%)
Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1	Camada 1
1) -490,1202	1) -470,7205	1) -396,2686	1) 3,958149	1) 15,81659
2) -490,1202	2) -471,5891	2) -400,826	2) 3,780917	2) 15,00525
3) -490,1202	3) -472,342	3) -404,774	3) 3,627314	3) 14,30488
4) -490,1202	4) -472,979	4) -408,1133	4) 3,497341	4) 13,71428
5) -490,1202	5) -473,5002	5) -410,8446	5) 3,391004	5) 13,23244
6) -490,1202	6) -473,9056	6) -412,9684	6) 3,30829	6) 12,85852
7) -490,1202	7) -474,1951	7) -414,4851	7) 3,249213	7) 12,59187
8) -490,1202	8) -474,3689	8) -415,395	8) 3,213765	8) 12,43208
9) -490,1202	9) -474,4268	9) -415,6982	9) 3,201954	9) 12,37884
10) -490,1202	10) -474,3689	10) -415,395	10) 3,213765	10) 12,43208
11) -490,1202	11) -474,1951	11) -414,4851	11) 3,249213	11) 12,59187
12) -490,1202	12) -473,9056	12) -412,9684	12) 3,30829	12) 12,85852
13) -490,1202	13) -473,5002	13) -410,8446	13) 3,391004	13) 13,23244
14) -490,1202	14) -472,979	14) -408,1133	14) 3,497341	14) 13,71428
15) -490,1202	15) -472,342	15) -404,774	15) 3,627314	15) 14,30488
16) -490,1202	16) -471,5891	16) -400,826	16) 3,780917	16) 15,00525
17) -490,1202	17) -470,7205	17) -396,2686	17) 3,958149	17) 15,81659

Gráfico Perdas  
Verificação  
Voltar  
Sair

Figura 6-18 - Força e perdas de protensão para a Laje 2 com a seção LM26

Verificação de Tensões			
Verificação Ato da Protensão		Verificação Final da Construção	
Tensão Superior	Tensão Inferior	Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 11323,9 OK	1) -7092,7 OK	1) 11219,2 OK	1) -6531,8 OK
2) 1637,6 OK	2) -6417,1 OK	2) 1183,7 OK	2) -5529,5 OK
3) 42,9 OK	3) -5831,6 OK	3) -713,8 OK	3) -4660,9 OK
4) -460,3 OK	4) -5336,2 OK	4) -1473,1 OK	4) -3925,9 OK
5) -872,1 OK	5) -4930,8 OK	5) -2094,4 OK	5) -3324,5 OK
6) -1192,3 OK	6) -4615,6 OK	6) -2577,7 OK	6) -2856,8 OK
7) -1421,0 OK	7) -4390,4 OK	7) -2922,8 OK	7) -2522,7 OK
8) -1558,3 OK	8) -4255,3 OK	8) -3129,9 OK	8) -2322,2 OK
9) -1604,0 OK	9) -4210,2 OK	9) -3199,0 OK	9) -2255,4 OK
10) -1558,3 OK	10) -4255,3 OK	10) -3129,9 OK	10) -2322,2 OK
11) -1421,0 OK	11) -4390,4 OK	11) -2922,8 OK	11) -2522,7 OK
12) -1192,3 OK	12) -4615,6 OK	12) -2577,7 OK	12) -2856,8 OK
13) -872,1 OK	13) -4930,8 OK	13) -2094,4 OK	13) -3324,5 OK
14) -460,3 OK	14) -5336,2 OK	14) -1473,1 OK	14) -3925,9 OK
15) -42,9 OK	15) -5831,6 OK	15) -713,8 OK	15) -4660,9 OK
16) 1637,6 OK	16) -6417,1 OK	16) 1183,7 OK	16) -5529,5 OK
17) 11323,9 OK	17) -7092,7 OK	17) 11219,2 OK	17) -6531,8 OK

**Límites**  
 $\sigma$  tração 1929,9  
 $\sigma$  compressão -14835,8

**Límites**  
 $\sigma$  tração 3420,2  
 $\sigma$  compressão -30000,0

**Límites**  
 $\sigma$  tração 0,0  
 $\sigma$  compressão -30000,0

**Límites**  
 $\sigma$  tração 3420,2  
 $\sigma$  compressão -30000,0

Gráfico Tensões  
Verificação  
Voltar  
Sair  
Definir

Figura 6-19 - Verificação de Tensões da Laje 2 com a seção LM26



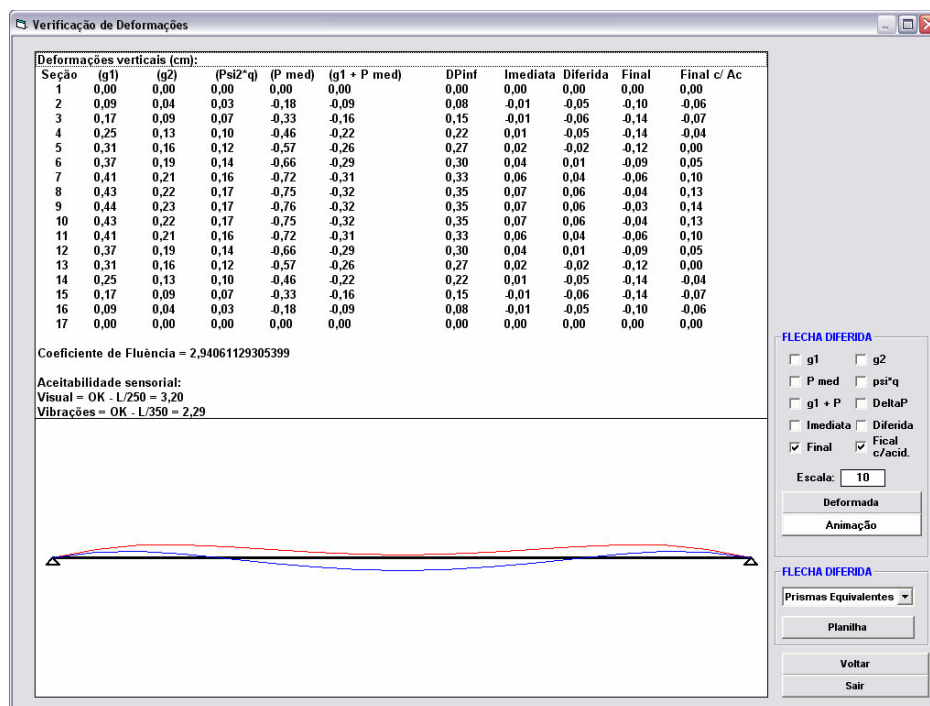


Figura 6-20 - Verificação de deformações da Laje 2 com a seção LM26

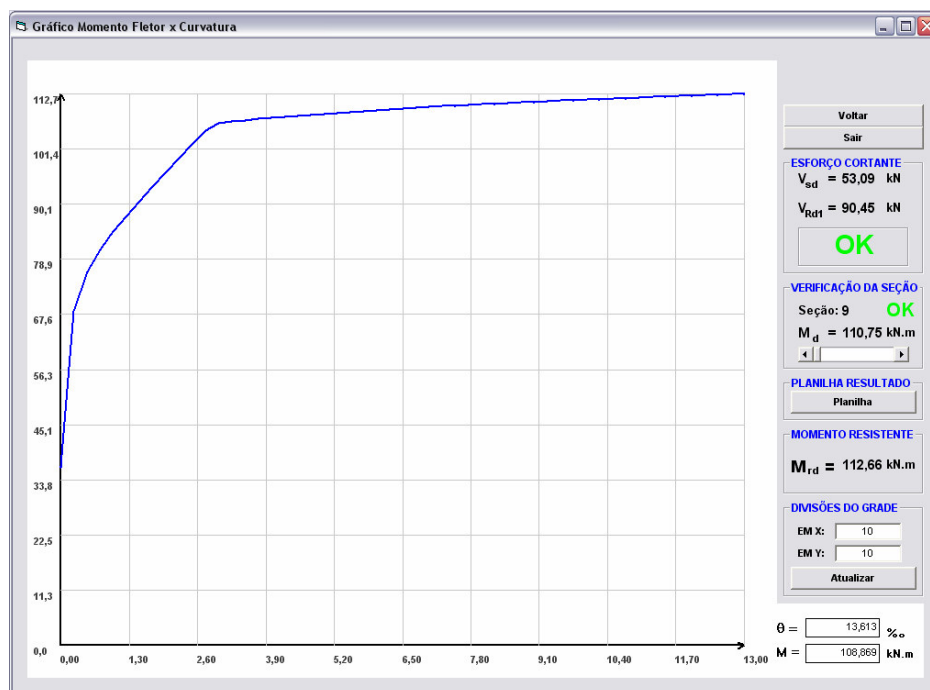


Figura 6-21 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 2 com a seção LM26

Todas as verificações feitas para a Laje 2 com a seção LM20 foram repetidas para a Laje 2 com a seção LM26. A laje 2 com a seção LM26 apresentou sempre valores dentro dos limites estabelecidos para cada verificação. A Figura 6-19 apresenta as verificações de tensões; a Figura 6-20, a verificação de deformações; e a Figura 6-21, as verificações dos estados limites últimos.

A Tab. 6.2 apresenta a comparação entre os dimensionamentos dos painéis da laje 2 e a Tab. 6.3 apresenta uma comparação de custos de materiais para esta laje. Com estas comparações é possível observar que as duas soluções são viáveis quanto aos custos de materiais e exigências de dimensionamentos. Assim sendo, a decisão de qual seção a ser utilizada estará vinculada a outros fatores, como: limitações arquitetônicas, transporte e mão-de-obra.

**Tab. 6.2 - Comparação entre as seções LM20 e LM26 para laje 2**

Seção	Tipo de Aço	Área de Aço Adotada (mm <sup>2</sup> )	Volume de Concreto (m <sup>3</sup> )	Flecha Máxima (cm)	M <sub>sd</sub> (kN.m)	M <sub>rd</sub> (kN.m)	V <sub>sd</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)
LM20	CP-190 RB	504,50	0,9464	-0,76	108,48	117,18	52,58	84,60
LM26	CP-190 RB	337,20	1,3055	0,14	110,75	112,66	53,09	90,45

**Tab. 6.3 - Comparação dos custos de materiais das lajes LM20 e LM26**

Seção	Peso de Aço (kg)	Preço Aço (R\$/kg)	Preço Aço Total (R\$)	Volume Concreto (m <sup>3</sup> )	Preço Concreto (R\$/m <sup>3</sup> )	Preço Concreto Total (R\$)	Preço Final Materiais (R\$)
LM20	31,75	4,35	138,11	0,9464	260,00	246,06	384,17
LM26	21,17		92,09	1,3055	260,00	339,43	431,52

### 6.1.3 Dimensionamento da laje 3

No exemplo anterior (Laje 2) foi observado que a seção LM20 é dimensionada muito perto dos limites de tensões adotados. Visto que a laje 3 apresenta a mesma sobrecarga e um vão quatro metros maior (vão de doze metros), a utilização da seção LM20 será descartada. Neste exemplo,

devido uma imposição do projeto arquitetônico, a altura máxima da laje que poderá ser adotada será de 26,5cm (sem regularização e revestimento). Portanto, a seção adotada para a Laje 3 será a LM26 (Figura 6-15).

Como a laje 3 terá uma protensão superior a da laje 2, o intervalo entre a concretagem e a liberação das armaduras de protensão será aumentado para trinta e seis horas.

Iniciando o projeto da laje 3, o programa PROTENLAJE oferece ao usuário um pré-dimensionamento como mostrado na Figura 6-22. Neste pré-dimensionamento o programa informa que existe a necessidade de uma protensão de 974,32 kN. Com esta protensão o número de cordoalhas e fios torna-se muito elevado ou com elevadas variações entre a área de aço adotada e área de aço calculada. Esta última é a situação das cordoalhas CP-190 RB de 12,7 e 15,2. A solução para diminuir a diferença entre a área calculada e a área adotada é o emprego de bitolas diferentes na mesma camada. É importante lembrar que embora as bitolas sejam diferentes, o tipo de aço adotado deverá ser o mesmo, assim o comportamento do aço na camada não será diferente entre as cordoalhas.

A área de aço CP-190 RB necessária para esta peça é de 931 mm<sup>2</sup>. Caso fosse adotada no pré-dimensionamento somente bitola de 12,7 mm, a área adotada seria de 1009 mm<sup>2</sup>, uma diferença elevada que iria comprometer as verificações posteriores da laje (com esta área de aço a laje não obedece aos limites de tensões estabelecidos). Então, para a Laje 3 com seção LM26 será adotada como armadura: 8 cordoalhas de 12,7 mm e 2 cordoalhas de 9,5 mm, ambas na mesma camada. A área nominal adotada será de 919 mm<sup>2</sup>, um pouco abaixo da área necessária, mas como ainda é um pré-dimensionamento com perdas estimadas, esta diferença é aceitável. A Figura 6-23 mostra o formulário do programa PROTENLAJE com a edição da armadura da Laje 3 com seção LM26.

Escolha de Fio ou Cordoalha

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm2)	Núm.fios Inf	Delta I(mm2)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	024	35,58
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	022	8,21
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	031	21,88
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	029	18,11
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	042	16,98
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	039	5,31
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	060	4,38
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	057	18,81
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	088	10,41
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	083	12,02
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	024	27,92
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	022	1,03
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	031	14,22
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	029	10,93
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	042	9,32
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	040	26,43
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	061	16,32
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	057	11,63
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	088	3,23
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	083	5,26

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm2)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm2)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm2)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1900	000	0,00	017	24,39
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	010	77,99
023	CP-190 RB 15,2	143,4	1900	000	0,00	007	72,79
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	015	0,66
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	009	65,76
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	006	18,06

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

TIPO DE AÇO SUP. ☐ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☒ Cordoalha

TIPO DE AÇO INF. ☐ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☒ Cordoalha

AÇO MAIS ECONOMICO Código: 24

AÇO ADOTADO Código Sup: 24 Código Inf: 24

Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = -974,32 KN

EDIÇÃO DE AÇO Número de Camadas: 01

☒ Curvas Limites

OK Voltar Sair

Figura 6-22 - Pré-dimensionamento da Laje 3 com a seção LM26

Edição de Aço

CP-190 RB 9,5 cordoalha 02 CAMADA

1

Excentricidade -0,09931 m

Voltar

OBS.: Camada 1 é a camada inferior da entrada de dados e a camada 2 é a camada superior da entrada de dados.

Figura 6-23 - Edição da Armadura da Laje 3 com seção LM26

Logo após a escolha da armadura de protensão utilizada, pode-se calcular as perdas de protensão para o painel da Laje 3. A média das perdas imediatas foi de 6,7% e para as perdas progressivas, 18,9%. A Figura 6-24 apresenta os resultados das perdas de protensão calculadas. Nesta figura podem ser observados resultados de uma segunda camada. Isto ocorre porque o

programa utiliza duas camadas na mesma posição para simular uma camada com duas bitolas diferentes.

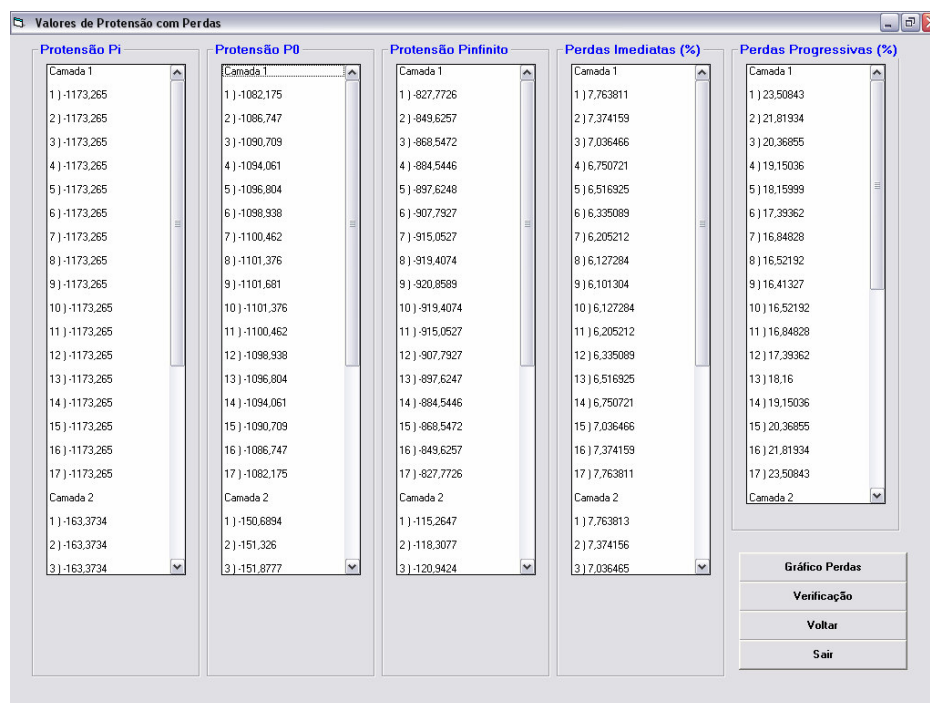


Figura 6-24 - Força e perdas de protensão para a Laje 3 com a seção LM26

A Figura 6-25 apresenta a verificação de tensões para o painel da Laje 3. O programa alerta sobre a existência de seções que apresentam tensões que ultrapassam os limites estabelecidos. Estas seções são a 1 e a 17, na verificação do ato da protensão. Como citado no dimensionamento da laje 1, a verificação de tensões nestas seções (do modo como calculado pelo programa) poderá ser desprezada.

O painel LM26 aplicado na Laje 3 também possui segurança satisfatória nos estados limites últimos. A Figura 6-26 mostra o diagrama momento x curvatura e as verificações dos estados limites últimos. Este painel também está no domínio 2 de deformações.

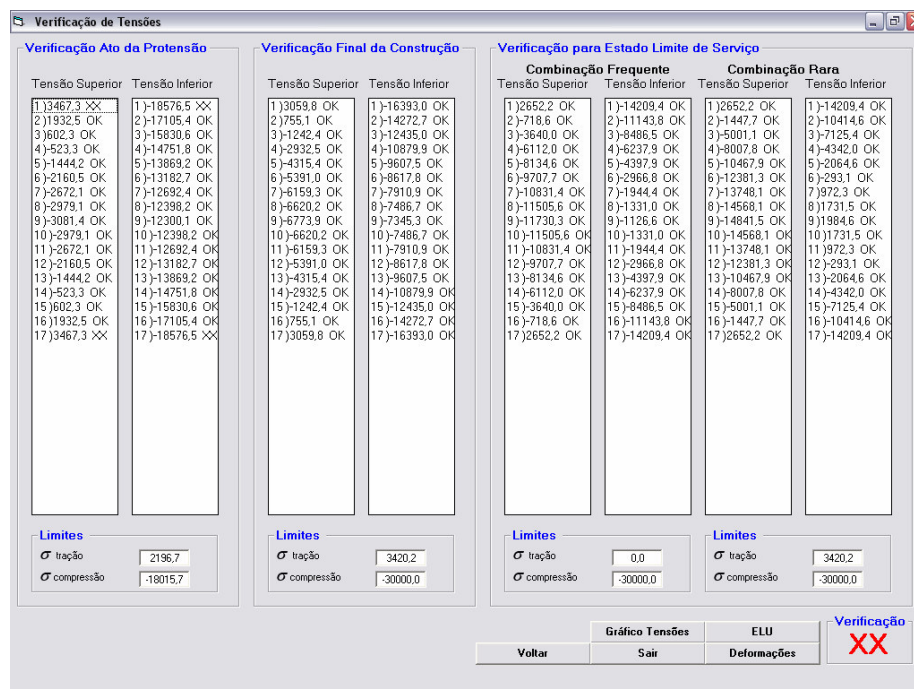


Figura 6-25 - Verificação de Tensões da Laje 3 com a seção LM26

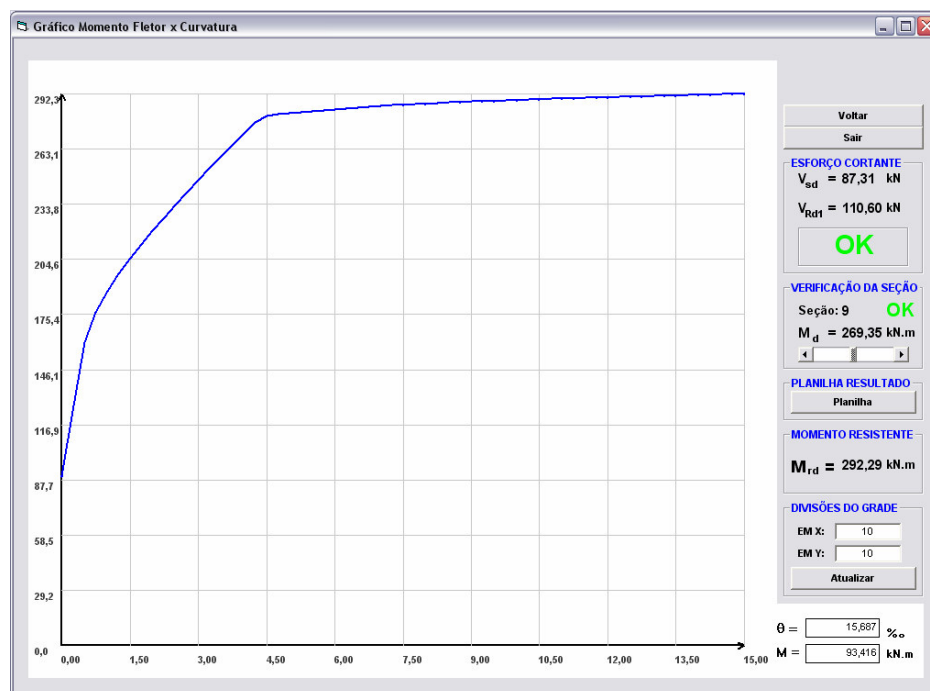


Figura 6-26 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 3 com a seção LM26

Para finalizar o estudo da laje 3 serão verificadas as deformações verticais. As flechas diferidas da laje 3 serão verificadas por meio do Método dos Prismas Equivalentes e por meio do processo indicado pela NBR 6118:2003. A Figura 6-27 e a Figura 6-28 mostram, respectivamente, os resultados da verificação com as flechas diferidas calculadas pelo método dos prismas equivalentes e com o processo da NBR 6118:2003. As flechas imediatas em ambos os casos são calculadas com as equações da elástica.

Com os resultados das flechas é possível verificar que nos dois processos utilizados a laje respeita os limites da aceitabilidade sensorial. Porém, o comportamento e os valores finais da laje são diferentes. Com o método dos prismas equivalentes a flecha final no meio do vão é de 1,83 cm para cima e com o processo da norma 4,68 cm para cima (próximo ao limite de 4,80 cm), resultando em uma diferença de 155%.

Esta diferença no comportamento da laje está associada às variações de tensões das armaduras de protensão e seu efeito ao longo do tempo. No cálculo da deformação da seção ao longo do tempo pelo método dos Prismas Equivalentes são consideradas duas parcelas, como é possível observar nas equações 2.21 e 2.22 que são repetidas abaixo. A primeira parcela é referente ao efeito das tensões iniciais e a segunda parcela ao efeito das perdas de protensão.

$$\varepsilon_{c,1} = \frac{\sigma_{co,1}}{E_c} \varphi_{i_0} + \frac{\Delta\sigma_{ct,1}}{E_c} q_2 \quad (2.21) \text{ R}$$

$$\varepsilon_{c,2} = \frac{\sigma_{co,2}}{E_c} \varphi_{i_0} + \frac{\Delta\sigma_{ct,2}}{E_c} q_2 \quad (2.22) \text{ R}$$

O processo da norma leva em consideração apenas a primeira parcela, referente às tensões iniciais, não considerando o efeito das perdas de protensão na flecha diferida. No caso da laje 3 o efeito das perdas de protensão são muito representativos, ocasionando a diferença entre os processos. A coluna DPinf nas Figuras 6-27 e 6-28 estima a influência das perdas de protensão nas deformações finais da laje. É válido lembrar que o cálculo das deformações com o método dos prismas equivalentes é um processo numérico que dependerá do número de seções adotadas para análise.

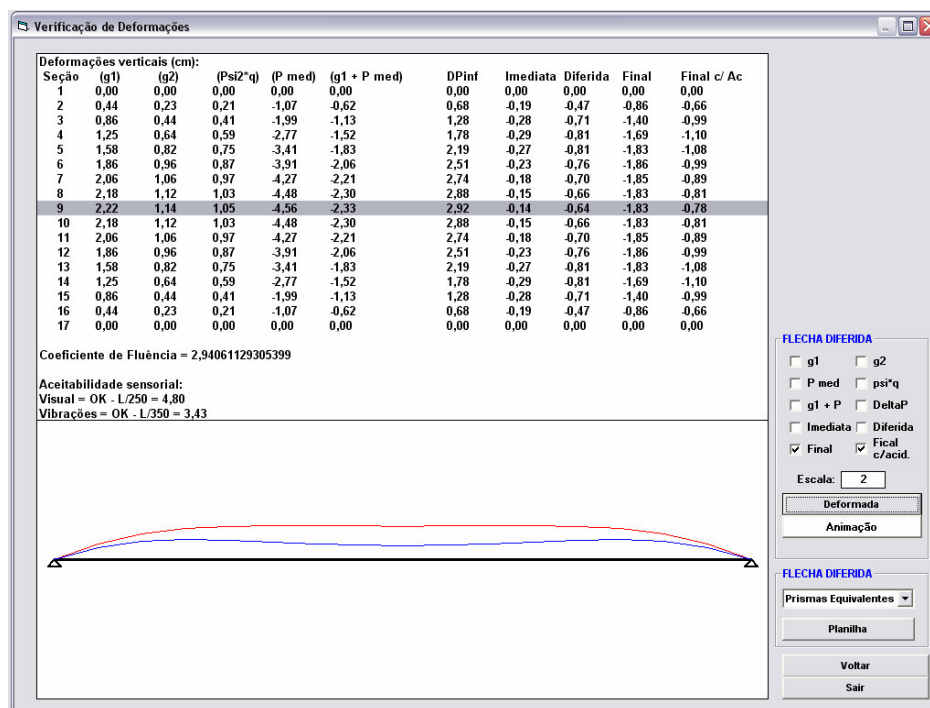


Figura 6-27 - Verificação de deformações da Laje 3 com o Método dos Prismas Equivalentes

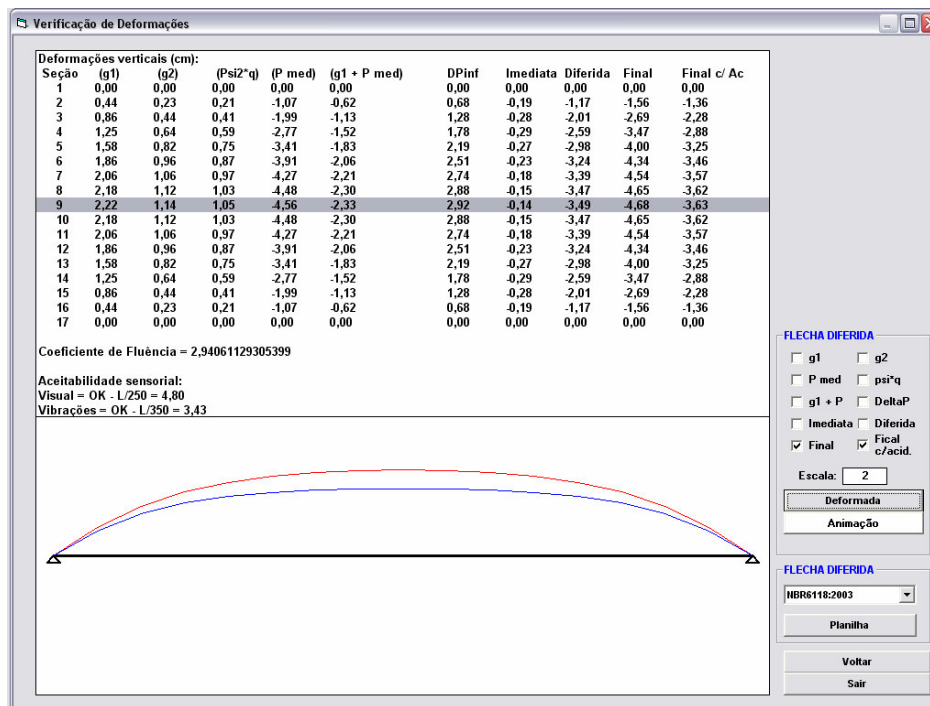


Figura 6-28 - Verificação de deformações da Laje 3 com o processo da NBR 6118:2003



## 6.2 Estudos de lajes com armadura superior

Em algumas lajes alveolares será necessária a utilização de forças de protensão elevadas, o que poderá dificultar a produção da peça e a limitação de tensões e deformações nos estados limites de serviço. Uma das soluções para este tipo de laje é a utilização de uma segunda camada de armadura, que atuará principalmente na limitação da tração no ato da protensão e na diminuição da contra-flecha devida à protensão inferior.

### 6.2.1 Dimensionamento da laje 1 com armadura dupla

A Laje 1 do item anterior não pode ser dimensionada com apenas uma camada de armadura, visto que deste modo as tensões no ato da protensão excedem os valores limites. Então, a Laje 1 será aqui dimensionada com uma segunda camada de protensão, com excentricidade igual a 22,24 cm.

Iniciando o dimensionamento da armadura dupla, será adotada uma relação entre a protensão superior e protensão inferior de 10% e a estimativa das perdas será mantida. A Figura 6-29 mostra o pré-dimensionamento do programa para a Laje 1 com armadura dupla. Comparando este pré-dimensionamento com o anterior (armadura simples) é possível observar que, de modo óbvio, a quantidade de armadura adicionada na camada superior, foi adicionada também na camada inferior.

Para iniciar o cálculo das perdas é necessário definir a armadura ativa que será utilizada. Para a protensão inferior serão adotadas 10 cordoalhas CP-190 RB 15,2 e para a protensão superior 3 cordoalhas CP-190 RB 9,5.

Com a armadura adotada a média das perdas imediatas de protensão foi de 8,0% na camada inferior e 3,4% na camada superior. A média das perdas progressivas foi de 20,5% na camada inferior e 17,1% na camada superior. É válido observar que as perdas progressivas foram calculadas com o Método dos Prismas Equivalentes, uma vez que as camadas de armaduras apresentam comportamentos diferentes (não podem ser representados por um cabo equivalente) e, então, o processo aproximado da NBR 6118:2003 não pode ser aplicado.

Caso esta laje fosse processada apenas com a camada inferior (10 cordoalhas CP-190 RB

15,2) a média das perdas de protensão teriam uma variação mínima, visto que para esta laje, as perdas de protensão ao longo do tempo são influenciadas basicamente pelas tensões devido aos momentos fletores. Quando a armadura dupla é adicionada, as tensões devido aos momentos fletores permanecem praticamente inalteradas, variando apenas as tensões devido ao esforço normal, que são valores menos representativos na distribuição de tensões finais.

Código	Designação	A Nom.(mm²)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm²)	Núm.fios Inf	Delta I(mm²)
001	CP-150 RN 8	50,3	1500	004	24,98	036	48,55
002	CP-160 RN 8	50,3	1600	004	35,99	033	7,79
003	CP-150 RN 7	38,5	1500	005	16,28	046	8,75
004	CP-160 RN 7	38,5	1600	005	27,29	043	3,39
005	CP-150 RN 6	28,3	1500	007	21,88	063	20,65
006	CP-160 RN 6	28,3	1600	006	4,59	059	17,59
007	CP-150 RN 5	19,6	1500	009	0,18	090	1,75
008	CP-160 RN 5	19,6	1600	009	11,19	085	13,89
009	CP-160 RN 4	12,6	1600	014	11,19	132	11,09
010	CP-170 RN 4	12,6	1700	013	8,31	124	7,47
011	CP-150 RB 8	50,3	1500	004	23,82	036	37,03
012	CP-160 RB 8	50,3	1600	004	34,91	034	47,29
013	CP-150 RB 7	38,5	1500	005	15,12	047	35,73
014	CP-160 RB 7	38,5	1600	005	26,21	044	31,09
015	CP-150 RB 6	28,3	1500	007	20,72	063	9,13
016	CP-160 RB 6	28,3	1600	006	3,51	059	6,79
017	CP-150 RB 5	19,6	1500	010	18,62	091	9,83
018	CP-160 RB 5	19,6	1600	009	10,11	085	3,09
019	CP-160 RB 4	12,6	1600	014	10,11	132	0,29
020	CP-170 RB 4	12,6	1700	013	7,29	125	9,91

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm²)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm²)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm²)
021	CP-190 RB 9,5	56,2	1900	003	28,57	025	4,66
022	CP-190 RB 12,7	100,9	1900	002	61,77	014	12,26
023	CP-190 RB 15,2	143,4	1900	001	3,37	010	33,66
024	CP-210 RB 9,5	56,2	2100	003	41,90	023	25,62
025	CP-210 RB 12,7	100,9	2100	002	75,10	013	44,72
026	CP-210 RB 15,2	143,4	2100	001	16,70	009	23,62

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

TIPO DE AÇO SUP.: ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

TIPO DE AÇO INF.: ☒ Fio liso ☐ Fio Entalhado ☐ Cordoalha

AÇO MAIS ECONOMICO: Código: 19

AÇO ADOTADO: Código Sup: 19, Código Inf: 19

Protensão superior = -150,62 KN, Protensão inferior = -1506,19 KN

EDIÇÃO DE AÇO: Número de Camadas: 02

Curvas Limites: ☒

Buttons: OK, Voltar, Sair

Figura 6-29 - Pré-dimensionamento da Laje 1 com armadura dupla

As Figuras 6-30 e 6-31 apresentam os gráficos das forças de protensão ao longo do comprimento da peça. Comparando estes gráficos é possível observar o efeito das tensões do carregamento permanente. Na camada inferior o efeito é favorável ao longo do tempo, uma vez que as perdas de protensão diminuem do apoio para o centro do vão. Para a camada superior, o efeito é contrário.

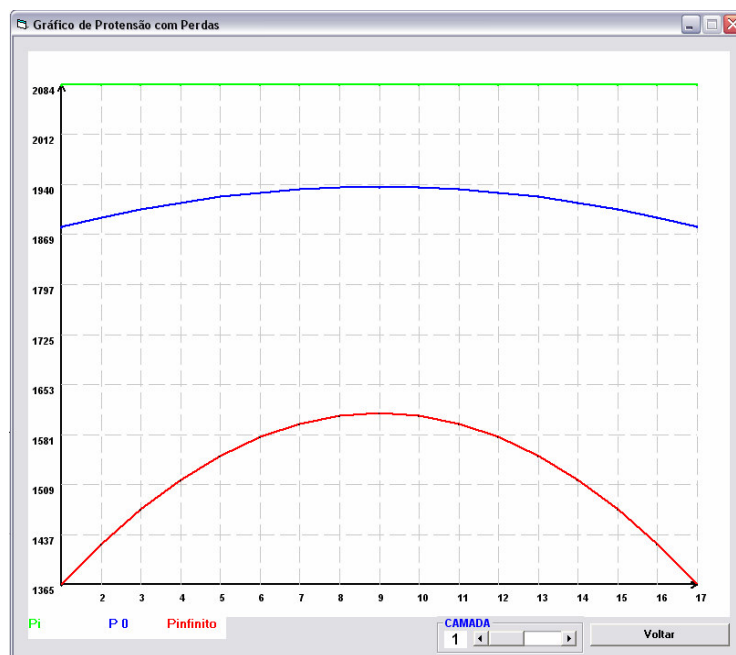


Figura 6-30 - Gráfico das forças de protensão x seção para a camada inferior

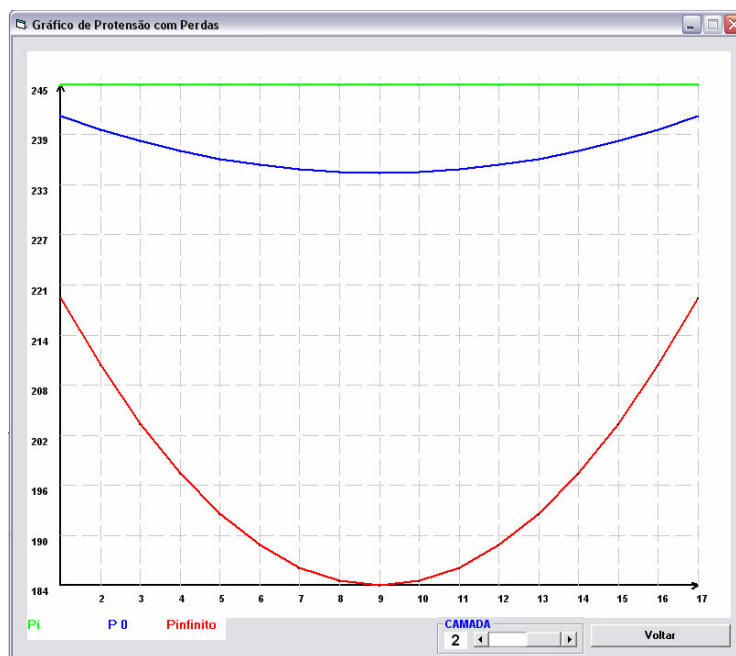


Figura 6-31 - Gráfico das forças de protensão x seção para a camada superior

Calculadas as perdas de protensão, pode-se seguir o projeto da Laje 1 até as verificações de tensões. A Figura 6-32 exibe o formulário com as verificações de tensões. Como citado anteriormente, as verificações de tensões nas seções dos apoios (do modo como aplicado pelo

programa) podem ser desprezadas. Então, a Laje 1 respeita todos os limites de tensões estabelecidos. Observando as tensões no ato da protensão, nota-se que a segunda camada de armadura foi suficiente para limitar as tensões de tração no concreto.

**Verificação de Tensões**

**Verificação Ato da Protensão**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 4126,0 XX	1) -21998,3 OK
2) 1901,1 OK	2) -19916,1 OK
3) -27,2 OK	3) -18111,5 OK
4) -1658,8 OK	4) -16584,6 OK
5) -2993,8 OK	5) -15335,3 OK
6) -4032,1 OK	6) -14363,6 OK
7) -4773,7 OK	7) -13669,5 OK
8) -5218,7 OK	8) -13253,1 OK
9) -5367,0 OK	9) -13114,2 OK
10) -5218,7 OK	10) -13253,1 OK
11) -4773,7 OK	11) -13669,5 OK
12) -4032,1 OK	12) -14363,6 OK
13) -2993,8 OK	13) -15335,3 OK
14) -1658,8 OK	14) -16584,6 OK
15) -27,2 OK	15) -18111,5 OK
16) 1901,1 OK	16) -19916,1 OK
17) 4126,0 XX	17) -21998,3 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 2746,3  
 $\sigma$  compressão: -25183,7

**Verificação Final da Construção**

Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 3286,6 OK	1) -18904,4 OK
2) 363,4 OK	2) -16298,1 OK
3) -2170,1 OK	3) -14038,9 OK
4) -4313,8 OK	4) -12126,9 OK
5) -6067,8 OK	5) -10562,4 OK
6) -7432,1 OK	6) -9345,3 OK
7) -8406,6 OK	7) -8476,0 OK
8) -8991,2 OK	8) -7954,3 OK
9) -9186,1 OK	9) -7780,4 OK
10) -8991,2 OK	10) -7954,3 OK
11) -8406,6 OK	11) -8476,0 OK
12) -7432,1 OK	12) -9345,3 OK
13) -6067,8 OK	13) -10562,4 OK
14) -4313,8 OK	14) -12126,9 OK
15) -2170,1 OK	15) -14038,9 OK
16) 363,4 OK	16) -16298,1 OK
17) 3286,6 OK	17) -18904,4 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 3420,2  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação para Estado Limite de Serviço**

Combinação Frequente		Combinação Rara	
Tensão Superior	Tensão Inferior	Tensão Superior	Tensão Inferior
1) 2447,2 OK	1) -15810,6 OK	1) 2447,2 OK	1) -15810,6 OK
2) -1480,4 OK	2) -12379,8 OK	2) -2234,2 OK	2) -11640,4 OK
3) -4884,5 OK	3) -9405,6 OK	3) -6291,4 OK	3) -8025,4 OK
4) -7764,9 OK	4) -6888,3 OK	4) -9724,6 OK	4) -4965,9 OK
5) -10121,7 OK	5) -4828,2 OK	5) -12533,6 OK	5) -2462,2 OK
6) -11954,8 OK	6) -3225,7 OK	6) -14718,5 OK	6) -514,7 OK
7) -13264,2 OK	7) -2081,0 OK	7) -16279,1 OK	7) 876,6 OK
8) -14049,8 OK	8) -1394,0 OK	8) -17215,4 OK	8) 1171,4 OK
9) -14311,7 OK	9) -1165,0 OK	9) -17527,6 OK	9) 1989,7 OK
10) -14049,8 OK	10) -1394,0 OK	10) -17215,4 OK	10) 1711,4 OK
11) -13264,2 OK	11) -2081,0 OK	11) -16279,1 OK	11) 876,6 OK
12) -11954,8 OK	12) -3225,7 OK	12) -14718,5 OK	12) -514,7 OK
13) -10121,7 OK	13) -4828,2 OK	13) -12533,6 OK	13) -2462,2 OK
14) -7764,9 OK	14) -6888,3 OK	14) -9724,6 OK	14) -4965,9 OK
15) -4884,5 OK	15) -9405,6 OK	15) -6291,4 OK	15) -8025,4 OK
16) -1480,4 OK	16) -12379,8 OK	16) -2234,2 OK	16) -11640,4 OK
17) 2447,2 OK	17) -15810,6 OK	17) 2447,2 OK	17) -15810,6 OK

**Limites**

$\sigma$  tração: 0,0  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Limites**

$\sigma$  tração: 3420,2  
 $\sigma$  compressão: -30000,0

**Verificação**  
XX

**Gráfico Tensões**  
Voltar Sair

**ELU**  
Deformações

Figura 6-32 - Verificação de Tensões da Laje 1 com armadura dupla

Na verificação das deformações verticais (Figura 6-33) observa-se que a Laje 1 com armadura dupla respeita os limites de aceitabilidade sensorial. Neste exemplo também ocorre uma diferença de comportamento quando as flechas são calculadas com o método dos prismas equivalentes e o processo simplificado oferecido pela norma. Esta diferença pode ser observada comparando a Figura 6-33 com a Figura 6-34.

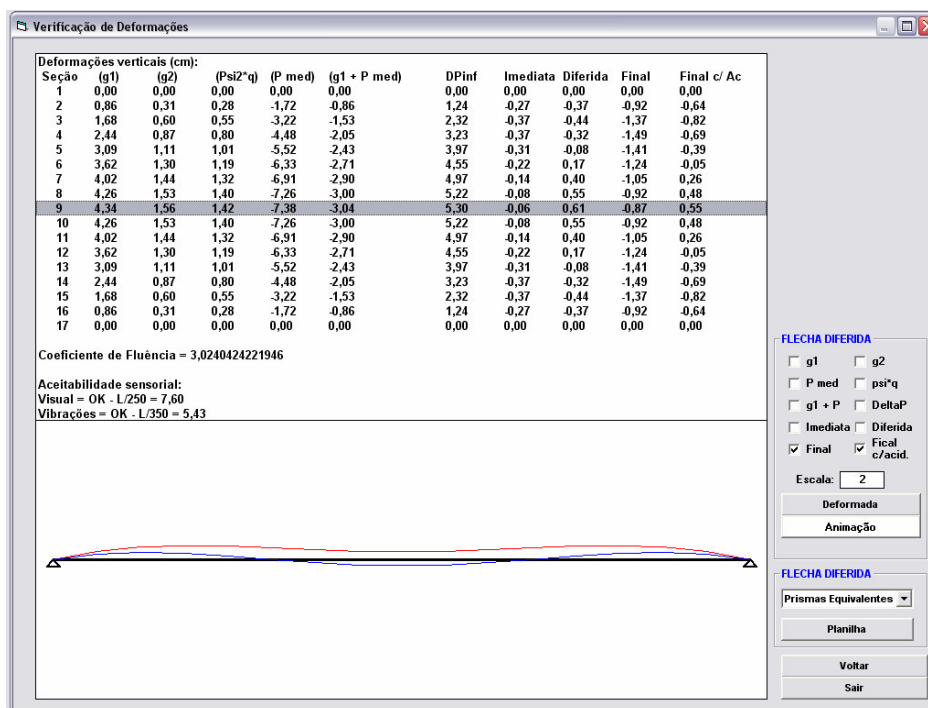


Figura 6-33 - Verificação de deformações da Laje 1 com o Método dos Prismas Equivalentes

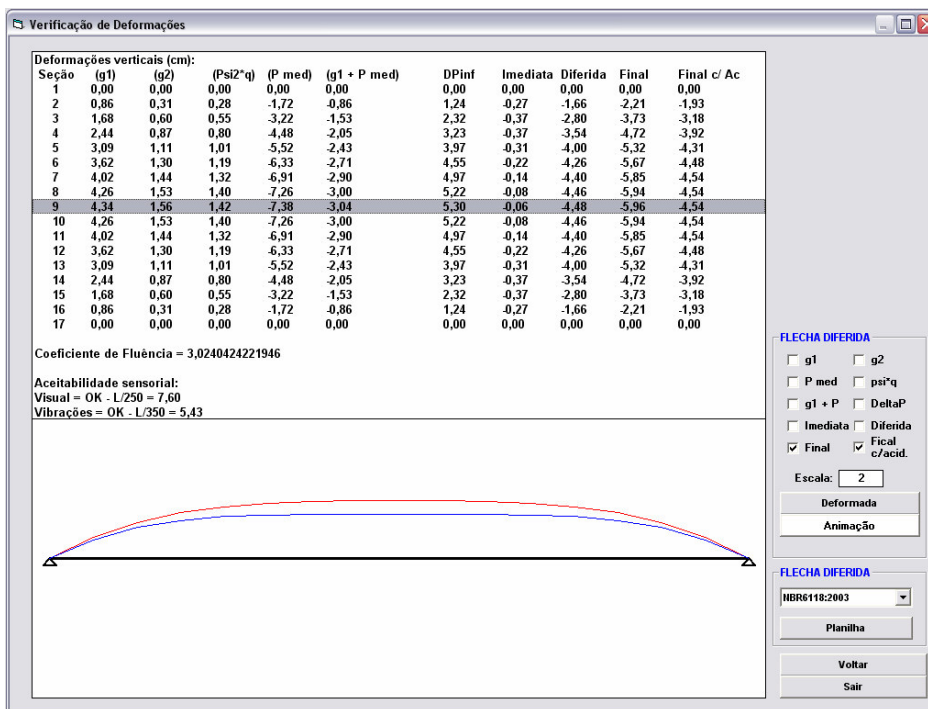


Figura 6-34 - Verificação de deformações da Laje 1 com o processo da NBR 6118:2003

os limites e os valores de cálculo dos esforços internos. A utilização da segunda camada de armadura diminui ligeiramente o valor do momento resistente (diferença menor que 1%), porém esta laje apresenta grande distancia da ruína teórica. A verificação da resistência ao esforço cortante também é satisfatória.

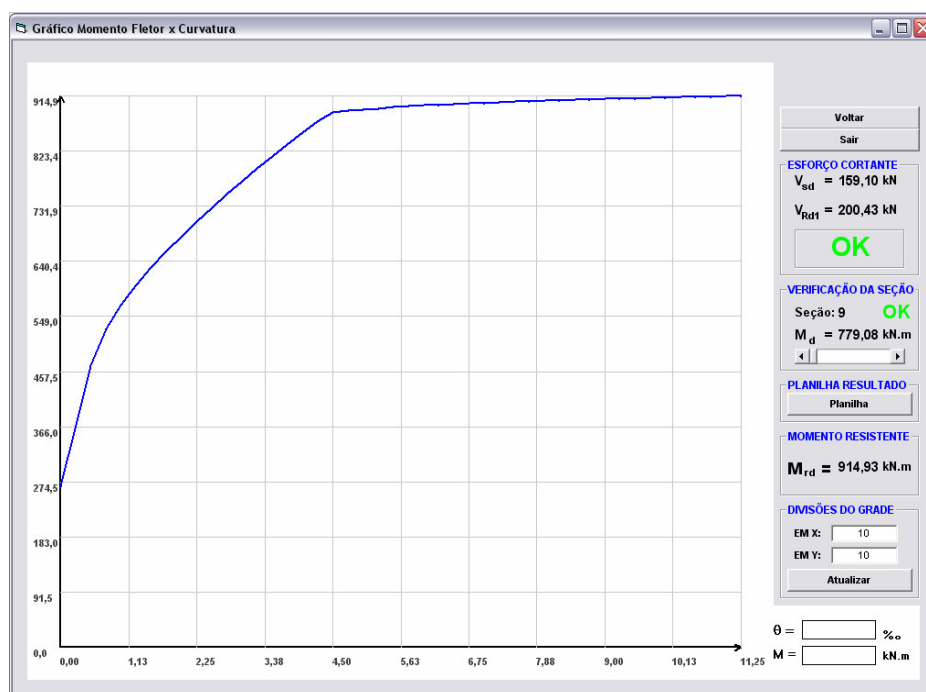


Figura 6-35 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 1

A Figura 6-36 mostra o formulário que contém os dados do diagrama momento x curvatura e os diagramas de tensão e deformação da seção. A Laje 1, diferente das demais, está no domínio 3 de deformações.

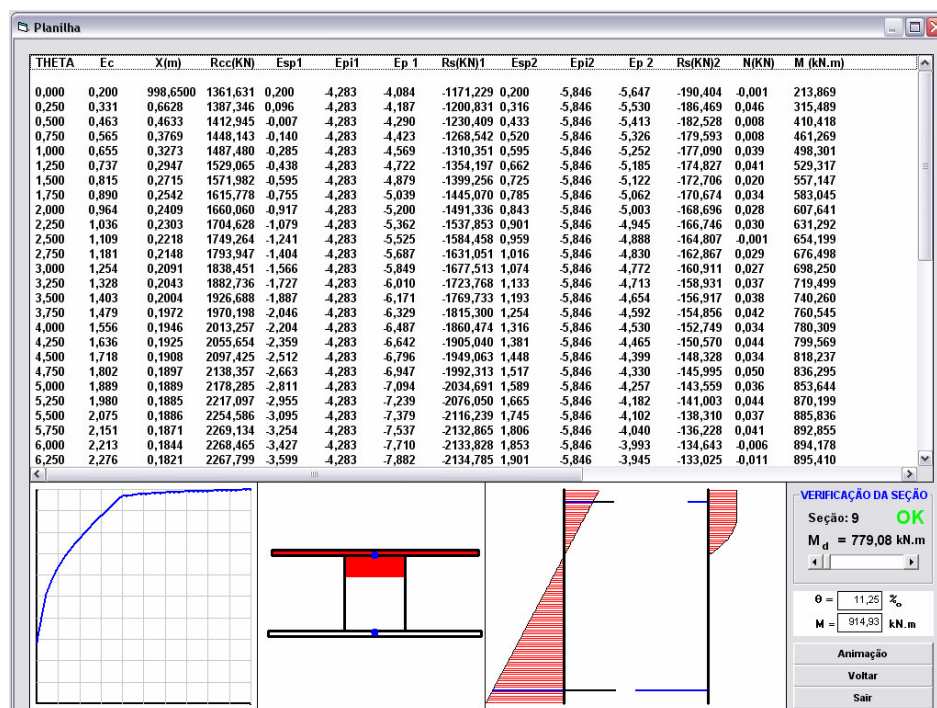


Figura 6-36 - Planilha do diagrama momento x curvatura para a Laje 1

### 6.3 Verificação de dimensionamento

Em geral os projetos de lajes alveolares são idealizados e dimensionados por meio de tabelas ou gráficos com valores limites de seções e armaduras pré-definidas e apresentam como dados de entrada a sobrecarga utilizada e o vão da laje. Com estes dados é identificado um painel alveolar.

A Figura 6-37 mostra um gráfico adaptado de MUNTE (2004). Neste gráfico aparecem três curvas que representam lajes com a seção LM26 (Figura 6-15) e uma camada de protensão com 4, 6 ou 8 cordoalhas CP-190 12,7. A Tab. 6.4 exibe as sobrecargas limites para cada uma destas lajes.

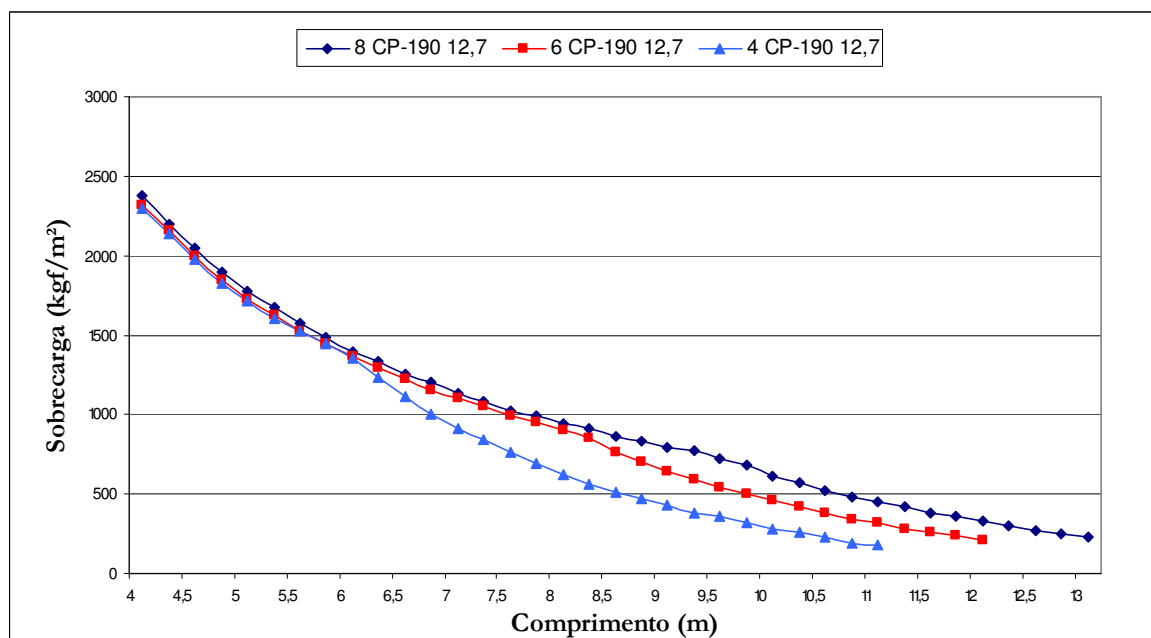


Figura 6-37 - Gráfico com os limites da seção LM26, adaptado de MUNTE (2004)

Com o auxílio do programa PROTENLAJE, a curva da seção LM26 com 4 cordoalhas CP-190 RB 12,7 será verificada quanto aos estados limites últimos e estados limites de serviço (presentes no programa). Para esta verificação foram adotadas algumas propriedades e coeficientes, que não estão definidas em MUNTE (2004). As propriedades e coeficientes adotados são apresentados abaixo:

- Coeficiente de ponderação do peso próprio:  $\gamma_{g1} = 1,3$ ;
- Coeficientes de ponderação da carga de revestimento e sobrecarga:  $\gamma_{g2} = 1,4$  e  $\gamma_q = 1,4$ ;
- Perdas Estimadas: 20%;
- Fator de redução de combinação frequente para ELS:  $\psi_1 = 0,6$ ;
- Fator de redução de combinação quase permanente para ELS:  $\psi_2 = 0,4$ ;
- Nível de Protensão: Nível 3 (protensão completa);
- Umidade relativa do ar: 70%;
- Tipo de Cimento: CP5
- Instante de aplicação do carregamento adicional e acidental: 7 dias após a protensão;



- Coeficiente de ponderação para resistência do concreto:  $\gamma_c = 1,4$ ;
- Coeficiente de ponderação para resistência do aço:  $\gamma_s = 1,15$ ;
- Comprimento de apoio: 0,075 m;
- Liberação da protensão: 24 horas.

A Tab. 6.4 contém os dados das curvas do gráfico apresentado na Figura 6-37, que são as sobrecargas máximas para cada vão e para todas as armaduras adotadas.

A Tab. 6.5 mostra os valores dos esforços solicitantes, dos esforços resistentes, das flechas e dos limites de flechas das lajes verificadas, todas com 4 cordoalhas CP-190 RB 12,7. Após a verificação das lajes observou-se que todas têm comportamento satisfatório quanto aos estados limites de serviço e segurança adequada nos estados limites últimos. Em raras exceções as lajes verificadas não foram econômicas, uma vez que a maioria delas apresentam valores de esforços solicitantes próximos aos valores dos esforços resistentes.

Tab. 6.4 - Dados dos limites da seção LM26

L (m)	Sobrecarga Máxima (kN/m <sup>2</sup> )		
	4 CP-190 12,7	6 CP-190 12,7	8 CP-190 12,7
4,125	23,82	23,22	22,95
4,375	22,00	21,59	21,35
4,625	20,47	20,01	19,81
4,875	19,01	18,49	18,27
5,125	17,76	17,29	17,14
5,375	16,73	16,27	16,09
5,625	15,75	15,25	15,26
5,875	14,84	14,48	14,41
6,125	13,96	13,60	13,52
6,375	13,35	12,92	12,31
6,625	12,57	12,19	11,18
6,875	12,00	11,53	9,99
7,125	11,36	11,01	9,17
7,375	10,86	10,51	8,40
7,625	10,22	9,96	7,58
7,875	9,89	9,58	6,88
8,125	9,45	9,07	6,22
8,375	9,09	8,51	5,63
8,625	8,66	7,66	5,15
8,875	8,30	7,01	4,71
9,125	7,91	6,39	4,33
9,375	7,68	5,90	3,81
9,625	7,26	5,46	3,58
9,875	6,77	4,97	3,17
10,125	6,08	4,58	2,84
10,375	5,72	4,22	2,60
10,625	5,24	3,79	2,28
10,875	4,85	3,44	1,93
11,125	4,53	3,18	1,81
11,375	4,17	2,83	-
11,625	3,78	2,56	-
11,875	3,59	2,41	-
12,125	3,32	2,14	-
12,375	3,05	-	-
12,625	2,69	-	-
12,875	2,52	-	-
13,125	2,31	-	-

Tab. 6.5 - Verificações dos limites da seção LM26 com 4 cordoalhas CP-190 RB 12,7

L (m)	V <sub>sd</sub> (kN)	V <sub>Rd1</sub> (kN)	M <sub>sd</sub> (kN.m)	M <sub>Rd</sub> (kN.m)	Flecha (cm)	Limite Flecha (cm)
4,125	83,77	92,05	93,28	134,06	-0,69	1,65
4,375	83,79	92,05	98,52	134,06	-0,76	1,75
4,625	73,35	92,05	103,17	134,06	0,83	1,85
4,875	82,25	92,05	106,93	134,06	-0,90	1,95
5,125	82,19	92,05	111,97	134,07	-0,97	2,05
5,375	81,96	92,05	116,76	134,07	-1,03	2,15
5,625	82,30	92,05	122,37	134,07	-1,09	2,25
5,875	82,19	92,05	127,32	134,07	-1,15	2,35
6,125	81,54	92,05	131,41	134,08	-1,21	2,45
6,375	78,88	92,05	132,03	134,08	-1,26	2,55
6,625	76,11	92,05	132,14	134,08	-1,30	2,65
6,875	72,58	92,05	130,54	134,08	-1,34	2,75
7,125	70,64	92,05	131,45	134,09	-1,36	2,85
7,375	68,61	92,05	131,95	134,09	-1,38	2,95
7,625	66,00	92,05	131,06	134,09	-1,39	3,05
7,875	63,80	92,05	130,66	134,10	-1,39	3,15
8,125	61,63	92,05	130,06	134,10	-1,37	3,25
8,375	59,55	92,05	129,40	134,11	-1,34	3,35
8,625	58,05	92,05	129,75	134,11	-1,29	3,45
8,875	56,61	92,05	130,06	134,11	-1,23	3,55
9,125	55,47	92,05	130,92	134,12	-1,15	3,65
9,375	53,09	92,05	128,62	134,12	-1,05	3,75
9,625	52,71	92,05	130,98	134,13	-0,93	3,85
9,875	50,89	92,05	129,65	134,13	-0,78	3,95
10,125	49,44	92,05	129,03	134,14	-0,63	4,05
10,375	48,73	92,05	130,21	134,14	-0,49	4,15
10,625	47,12	92,05	128,85	134,15	-0,37	4,25
10,875	45,15	92,05	126,31	134,15	0,03/-0,26	4,35
11,125	45,16	92,05	129,15	134,16	0,32/-0,17	4,45

## 7 *Considerações Finais e Recomendações*

O escopo deste trabalho foi a avaliação do comportamento de lajes alveolares protendidas bi-apoiadas, por meio de uma ferramenta computacional desenvolvida ao longo do estudo. Esta ferramenta foi nomeada PROTENLAJE, um programa que faz a análise, dimensionamento e verificações de elementos protendidos pré-tracionados, surgindo como uma poderosa ferramenta para o caso proposto. Os códigos fonte do programa foram estruturados de forma a facilitar implementações futuras, entre estas podendo ser citadas:

- Rotinas para o cálculo de elementos compostos, como por exemplo, lajes alveolares com capa de concreto;
- Rotinas para verificação das ancoragens das armaduras ativas;
- Rotinas para verificação das tensões nas regiões de ancoragens;
- Rotinas que considerem o desenvolvimento da força da protensão ao longo das seções;
- Rotinas para análise de elementos contínuos.

Com os estudos realizados foi possível observar a versatilidade dos painéis alveolares, que podem ser aplicados com um grande intervalo de carregamento e vãos. A aplicação destes painéis sem a utilização da capa de concreto também se mostrou satisfatória, trazendo como principais vantagens a eliminação do custo humano e de materiais para a execução da capa. Porém, é válido lembrar que sem a utilização da capa, haverá uma possibilidade maior de existir movimentações

relativas entre painéis, podendo causar algumas patologias na estrutura. Por este motivo é aconselhável a utilização de revestimentos flexíveis e estudos mais precisos para este tipo de caso.

Após analisar a situação atual dos projetos das lajes alveolares e as bibliografias disponíveis, conclui-se que faltam estudos direcionados para este sistema de pisos e normalizações mais detalhadas. As ancoragens e o escorregamento das armaduras ativas são algumas das situações que deverão ser alvo de estudos mais aprofundados.

Em meio aos processos utilizados para o cálculo das perdas de protensão, pode-se destacar o método dos prismas equivalentes, que permite calcular redistribuições de tensões em seções transversais de peças protendidas com várias camadas de armadura.

A partir da análise dos exemplos gerados podem ser observadas duas situações importantes: a utilização de armadura dupla e a análise das deformações verticais pelo método dos prismas equivalentes.

Com a utilização de armadura dupla foi possível dimensionar lajes com sobrecargas elevadas e grandes vãos. Neste tipo de laje a segunda camada de protensão (armadura superior) atua no controle da flecha causada pela protensão inferior e no controle das tensões de tração na borda superior no ato da protensão. Estas duas situações são causadas pelo elevado valor de protensão do tipo de laje citada.

A utilização do método dos prismas equivalentes para a obtenção da deformação da seção ao longo do tempo, e com isto a determinação das deformações diferidas verticais, foi essencial para compreender o comportamento da laje. Com a implementação deste processo foi possível observar as diferenças e deficiências do processo simplificado para o cálculo de flechas oferecido pela NBR 6118:2003, que apresentou alguns resultados muito divergentes do método dos prismas equivalentes.

O estudo iniciado nesta dissertação de mestrado deverá continuar com um projeto de doutorado, que pretende elucidar algumas questões levantadas neste capítulo.

## *Referências Bibliográficas*

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 06118: 2003 - Projeto de Estrutura de Concreto – Procedimento.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 07482: 1991 - Fios de Aço para Concreto Protendido.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 07483: 2005 - Cordoalhas de Aço para Concreto Protendido.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 09062: 2006 - Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14861: 2002 - Laje Pré-Fabricada - Painel Alveolar de Concreto Protendido – Requisitos.

ARAUJO, C. A. M.; LORIGGIO, D. D. Elaboração de programa para análise, verificação e detalhamento de lajes protendidas alveolares. XIV Seminário de Iniciação Científica. Florianópolis. 2005.

BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR STRUCTURAL CONCRETE (ACI 318-05) AND COMMENTARY (ACI 318R-05).

CASSOL PRÉ-MOLDADOS. Manual Técnico – Lajes Alveolares. 2007.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON: CEB-FIP MODEL CODE 1990;

COUTO FILHO, J. (2002). Pré-tração em vigas pré-fabricadas. 128p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Universidade de São Paulo. Orientador: João Carlos Della Bella.

EL DEBS, M. K. Concreto Pré-Moldado: fundamentos e aplicações. EESC-USP. 1ª edição. São Carlos. 2000.

FERRAZ, J. C. F. Sugestões a Norma, em Discussão, Sobre “Projeto de Estrutura de Concreto Protendido”, NBR 7197. Boletim Técnico BT/PEF 8813. Universidade de São Paulo. 1988.

GERMAN CODE DIN 1045 AND DIN 4227.

HANAI, J. B. Fundamentos do Concreto Protendido. E-Book de apoio para o Curso de Engenharia Civil. Universidade Federal de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2005.

IBRACON. Prática Recomendada IBRACON – Comentários Técnicos NB-1. 2003.

LEONHARDT, F. Construções de Concreto. Vol. 5 – Concreto Protendido. Interciência, 1983.

LORIGGIO (2006). Concreto Protendido. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina.

MOMM, J. N. Dimensionamento Automático de Vigas Pré-Fabricadas de Concreto Protendido. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2004. Orientador: Daniel Domingues Loriggio, Dr.

MOURA, M. W. Estudos sobre o Traçado de Cabos de Protensão em Vigas Isostáticas Pós-Tracionadas. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2004. Orientador Daniel Domingues Loriggio, Dr.

MUNTE CONSTRUÇÕES INDUSTRIALIZADAS. Manual Munte de Projetos em Pré-Fabricados de Concreto – Primeira Edição – Editora Pini – São Paulo – 2004.

PFEIL, W. Concreto Protendido. Vols. 1, 2 e 3. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.. Rio de Janeiro. 1984.

PREN 1992-1-1 - EUROCODE 2: DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES - PART 1: GENERAL RULES AND RULES FOR BUILDINGS;

SILVA, I. M.; TANAKA, E. S. A. S.; ISHITANI, H. (2001). Sistematização do cálculo de perdas progressivas de protensão. 44º Congresso Brasileiro do Concreto. IBRACON.

VASCONCELOS, A. C. Manual Prático para a Correta Utilização dos Aços no Concreto Protendido em Obediência às Normas Atualizadas. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. São Paulo. 1980.



## *Bibliografia Consultada*

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 06120: 1980 - Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 08681: 2004 - Ações e segurança nas estruturas – Procedimento.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14860-1: 2002 - Laje Pré-Fabricada - Pré Laje - Requisitos Parte 1 - Lajes Unidirecionais.

BARBIERI, R. A. (1999). Análise numérico-experimental de elementos pré-moldados protendidos com continuidade posterior por adição de armadura. Porto Alegre. 126p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Orientador: Francisco de Paula Simões Lopes Gastal.

CHI, M.; BIBERSTEIN, F. A.. Theory of Prestressed Concrete. Civil Engineering and Engineering Mechanics Series. Englewood Cliffs, New Jersey. 1963.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.. Prestressed Concrete Basics. Canadian Prestressed Concrete Institute. First Edition. Ottawa. Canada. 1987.

CONCRETE DESIGN HANDBOOK. Canadian Portland Cement Association. Second Edition. Ottawa. Canada. 1988.

DESIGN AND TYPICAL DETAILS OF CONNECTIONS FOR PRECAST AND PRESTRESSED CONCRETE. Prestressed Concrete Institute. Second Edition. Chicago. USA. 1988.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance Vol. 3: Durability - Design for Fire Resistance - Member Design - Maintenance, Assessment and Repair - Practical aspects Manual - textbook (292 pages, ISBN 978-2-88394-043-7, December 1999).

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance. Vol. 2: Basis of Design Manual - textbook (324 pages, ISBN 978-2-88394-042-0, July 1999).

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance Vol. 1: Introduction - Design Process – Materials Manual - textbook (244 pages, ISBN 978-2-88394-041-3, July 1999).

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. Composite Floor Structures. Guide to Good Practice – London – 1998.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE. Special desing considerations for precast prestressed hollow core floors. Guide to good pratice prepared by fip comisión 6. 2000.

FERRAZ, F.; CASTANHO, J.C.; BRAGA, J.L. (1969). Efeito da laje concretada posteriormente sobre viga protendida – Boletim Técnico BT/PEF 8904 , 1969.

FERRAZ, J. C. F. Alteração do Estado de Tensão nas Estruturas Hiperestáticas Devido à Fluência do Aço, do Concreto e Retração. Boletim Técnico BT/PEF 8807. Universidade de São Paulo. 1988.

FERRAZ, J. C. F.. Cálculo das alterações de Tensão, ao Longo do Tempo, nas Peças de Concreto

Protendido: Procedimentos Diretos, Simples, Alternativos ao CEB.. Boletim Técnico BT/PEF 8506. Universidade de São Paulo. 1985.

FERRAZ, J. C. F.. O Método dos Prismas Equivalentes Aplicado ao Cálculo das Variações de Tensões, ao Longo do Tempo, nas Seções de Concreto.. Boletim Técnico BT/PEF 8903. Universidade de São Paulo. 1989.

FRANÇA, G. F. (1999). Sistema computacional para análise de vigas de concreto armado e protendido. Porto Alegre. 134p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Orientador: Américo Campos Filho.

FUSCO, P. B. Comentários sobre a Normalização das Ações e Segurança nas Estruturas. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP. São Paulo. 1993.

GASTAL, F. P. S. L. Instantaneous and Time-Dependent Response and Strength of Jointless Bridge Beams. Raleigh: Department of Civil Engineering, NCSU, 1986. 289p. PhD. Dissertation.

GASTAL, F. P. S. L.; REZENDE, R. S. (1999). Análise Numérica e experimental de lajes pré-moldadas protendidas com continuidade posterior por adição de sobrecamada de concreto armado. 41º REIBRAC, Salvador.

KLEIN, R. (2004). Dimensionamento e Detalhamento por Computador de Vigas Simplesmente Apoiada de Concreto Protendido. Florianópolis. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina. Orientador: Daniel Domingues Loriggio, Dr.

MARCELINO, N. A. (2001). Ligação laje-viga de estruturas pré-fabricadas de concreto. São Paulo. 221p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Orientador: Fernando Rebouças Stucchi.

MERLIN, A. J. (2002). Momentos Fletores Negativos nos apoios de lajes formadas por vigotas de concreto protendido. 134p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Orientador: Mounir Khalil El Debs.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. Pci Design Handbook - Precast and Prestressed Concrete – Fourth Edition – Chicago – 1992.

SHWINGEL, R. C. (1995). Dimensionamento automático de vigas isostáticas, com protensão total ou parcial, por aderência inicial. Porto Alegre. 99p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Orientador: Francisco de Paula Simões Lopes Gastal.

VAZ, L. E.. (1987). Concreto armado e protendido – Análise limite de vigas e lajes. 4º Colóquio sobre comportamento e projeto de estruturas. Pontifícia Universidade Católica. Rio de Janeiro.

VERISSIMO, G. S.; CESAR JR., K. M. L. Concreto Protendido. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa. 1998.

# *Lista de Figuras*

Figura 1-1 - Produção de lajes alveolares em pistas com extrusora .....	1
Figura 1-2 - Seções e elementos dos painéis alveolares.....	2
Figura 1-3 - Armazenamento dos painéis alveolares .....	3
Figura 1-4 - Montagem da laje alveolar.....	4
Figura 1-5 - Montagem dos PACP.....	5
Figura 1-6 - Diferença de nível entre os painéis.....	5
Figura 1-7 - Sistema para a equalização .....	6
Figura 1-8 - Processo da Equalização, adaptado de MUNTE (2004).....	6
Figura 1-9 - Sistema sem a utilização de capa de concreto .....	7
Figura 1-10 - Sistema com a utilização de capa de concreto .....	7
Figura 2-1 - Deformação da seção, adaptada de FERRAZ (1988).....	23
Figura 2-2 - Barra flexionada, adaptada de FERRAZ (1988).....	24
Figura 2-3 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas, adaptado da NBR 6118:2003 .....	28
Figura 2-4 - Diagrama tensão - deformação idealizado (Figura 8.2 da NBR 6118:2003).....	29
Figura 3-1 - Transferência da protensão em elementos pré-tracionados, parâmetros de comprimento (adaptado de prEN 1992-1-1:2004).....	36
Figura 3-2 - Tensões na zona de ancoragem de elementos pré-tracionados: (1) na liberação da armadura, (2) no estado limite último (adaptado de prEN 1-1-1992:2004) .....	40
Figura 3-3 - Relação bi-linear idealizada entre a tensão no aço e a distância entre a extremidade livre da cordoalha (adaptado de ACI 318: 2005).....	42
Figura 3-4 - Desenvolvimento das tensões (adaptado de LEONHARDT (1983)) .....	43
Figura 3-5 - Comprimento de transmissão e comprimento de regularização em uma ancoragem por aderência de um fio pré-tracionado, protensão com aderência inicial (adaptado de LEONHARDT (1983)).....	44
Figura 4-1 - Gráfico do coeficiente de relaxação do aço em função da relação entre a tensão inicial e a tensão de ruptura, adaptado de VASCONCELOS (1980) .....	48
Figura 4-2 - Processo de liberação da armadura.....	49
Figura 4-3 - Protensão Centrada.....	49

Figura 4-4 - Tensões devido ao carregamento externo e a protensão .....	53
Figura 4-5 - Diagrama de Parcelas da Deformação por Fluência (adaptado de COUTO FILHO (2002)).....	54
Figura 4-6 - Prismas Equivalentes (adaptado de SILVA et al (2001)).....	59
Figura 4-7 - Prismas equivalentes aplicados à redistribuição de esforços.....	62
Figura 5-1 - Formulário inicial do programa.....	67
Figura 5-2 - Formulário de listagem de dados de entrada.....	67
Figura 5-3 - Formulário de escolha do aço de protensão .....	69
Figura 5-4 - Formulário de edição do aço de protensão .....	69
Figura 5-5 - Formulário para o gráfico do número mín. e máx. de fios ou cordoalhas .....	70
Figura 5-6 - Detalhe da Interpolação dos Fios .....	71
Figura 5-7 - Formulário de detalhamento de armaduras.....	72
Figura 5-8 - Formulário com os valores das forças de protensão .....	73
Figura 5-9 - Formulários com o gráfico das forças de protensão ao longo da peça.....	74
Figura 5-10 - Formulário de Verificação de Tensões .....	75
Figura 5-11 - Formulário de visualização gráfica das tensões do ELS.....	75
Figura 5-12 - Formulário das deformações verticais .....	76
Figura 5-13 - Formulário do diagrama momento x curvatura e ELU.....	78
Figura 5-14 - Formulário dos resultados do diagrama momento x curvatura .....	78
Figura 6-1 - Planta de Forma das Lajes Exemplos (unidades em cm) .....	80
Figura 6-2 - Seção transversal real e equivalente com 50 cm de altura .....	82
Figura 6-3 - Pré-dimensionamento da Laje 1.....	84
Figura 6-4 - Força e perdas de protensão pelo processo aproximado NBR 6118:2003.....	85
Figura 6-5 - Força e perdas de protensão pelo Método dos Prismas Equivalentes .....	86
Figura 6-6 - Gráfico das forças de protensão x seção .....	86
Figura 6-7 - Verificação de Tensões da Laje 1.....	87
Figura 6-8 - Seção Transversal LM20 com dimensões em mm, adaptado de MUNTE (2004).....	88
Figura 6-9 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM20 .....	89
Figura 6-10 - Força e perdas de protensão para a Laje 2 com a seção LM20 .....	90
Figura 6-11 - Verificação de Tensões da Laje 2 com seção LM20 .....	91
Figura 6-12 - Verificação de deformações da Laje 2 com a seção LM20 .....	92

Figura 6-13 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 2 com a seção LM20 .....	92
Figura 6-14 - Planilha do diagrama momento x curvatura para a Laje 2 com LM20 .....	93
Figura 6-15 - Seção Transversal LM26, adaptado de MUNTE (2004).....	94
Figura 6-16 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM26 .....	95
Figura 6-17 - Pré-dimensionamento da Laje 2 com a seção LM26 (perdas estimadas de 16%) .....	95
Figura 6-18 - Força e perdas de protensão para a Laje 2 com a seção LM26.....	96
Figura 6-19 - Verificação de Tensões da Laje 2 com a seção LM26 .....	96
Figura 6-20 - Verificação de deformações da Laje 2 com a seção LM26 .....	97
Figura 6-21 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 2 com a seção LM26.....	97
Figura 6-22 - Pré-dimensionamento da Laje 3 com a seção LM26.....	100
Figura 6-23 - Edição da Armadura da Laje 3 com seção LM26 .....	100
Figura 6-24 - Força e perdas de protensão para a Laje 3 com a seção LM26.....	101
Figura 6-25 - Verificação de Tensões da Laje 3 com a seção LM26 .....	102
Figura 6-26 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 3 com a seção LM26 .....	102
Figura 6-27 - Verificação de deformações da Laje 3 com o Método dos Prismas Equivalentes .....	104
Figura 6-28 - Verificação de deformações da Laje 3 com o processo da NBR 6118:2003.....	104
Figura 6-29 - Pré-dimensionamento da Laje 1 com armadura dupla.....	106
Figura 6-30 - Gráfico das forças de protensão x seção para a camada inferior.....	107
Figura 6-31 - Gráfico das forças de protensão x seção para a camada superior.....	107
Figura 6-32 - Verificação de Tensões da Laje 1 com armadura dupla .....	108
Figura 6-33 - Verificação de deformações da Laje 1 com o Método dos Prismas Equivalentes .....	109
Figura 6-34 - Verificação de deformações da Laje 1 com o processo da NBR 6118:2003.....	109
Figura 6-35 - Verificação dos Estados Limites Últimos da Laje 1.....	110
Figura 6-36 - Planilha do diagrama momento x curvatura para a Laje 1 .....	111
Figura 6-37 - Gráfico com os limites da seção LM26, adaptado de MUNTE (2004) .....	112

# *Lista de Tabelas*

Tab. 2.1 - Combinações de Ações (adaptado da NBR 6118:2003) .....	13
Tab. 2.2 - Classes de agressividade ambiental (Tabela 6.1 da NBR 6118:2003) .....	14
Tab. 2.3 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental (adaptação da Tabela 13.3 da NBR 6118:2003) .....	15
Tab. 4.1 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração e do coeficiente de fluência, adaptação da Tabela 8.1 da NBR 6118:2003.....	55
Tab. 6.1 - Dados das Lajes Exemplos.....	79
Tab. 6.2 - Comparação entre as seções LM20 e LM26 para laje 2 .....	98
Tab. 6.3 - Comparação dos custos de materiais das lajes LM20 e LM26 .....	98
Tab. 6.4 - Dados dos limites da seção LM26.....	114
Tab. 6.5 - Verificações dos limites da seção LM26 com 4 cordoalhas CP-190 RB 12,7.....	115